



Υπολογισμός αντίστροφου πίνακα

1. Τοποθετώ στην (1,1) θέση του A ένα μη μηδενικό στοιχείο με εναλλαγές γραμμών (εκτός αν το (1,1) στοιχείο του A είναι μη μηδενικό).
2. Θέλω να κάνω το (2,1) στοιχείο του A μηδέν, συνεπώς είμαι στην γραμμή 2 και αφαιρώ ένα πολλαπλάσιο της γραμμής 1 ώστε να γίνει το (2,1) στοιχείο μηδέν π.χ. (2η γραμμή) – $(a_{21}/a_{11}) \cdot (1η \text{ γραμμή})$. Όμοια ενεργώ μεταξύ 1ης και 3ης γραμμής,, 1ης και νοστής γραμμής. Τελικά θα έχω στην πρώτη στήλη όλα μηδέν εκτός από το a_{11} στοιχείο.
3. Κάνω την ίδια διαδικασία στον υποπίνακα που προκύπτει αν αφαιρέσω την πρώτη γραμμή και στήλη. Κ.ο.κ.
4. Διαιρώ την πρώτη γραμμή με το a_{11} , την δεύτερη με το a_{22} κ.ο.κ.
5. Αντίστροφη διαδικασία τώρα. Είμαι στην $n-1$ γραμμή και αφαιρώ ένα πολλαπλάσιο της n -γραμμής ώστε το $a_{(n-1),n}$ στοιχείο να γίνει μηδέν. Όμοια πάω στην $n-2$ γραμμή και αφαιρώ πολλαπλάσιο της n και $n-1$ γραμμής ώστε να μηδενίσω τα στοιχεία $a_{(n-2),n-1}, a_{(n-2),n}$, κ.ο.κ.

Υπολογισμός αντίστροφου πίνακα

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}}_A \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{(2col)-2 \times (1col)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & | & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(3col)-3 \times (1col)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & | & 0 & -1 & -5 \\ -3 & 0 & 1 & | & 0 & -5 & -7 \end{bmatrix} \xrightarrow{(3col)-5 \times (2col)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & | & 0 & -1 & -5 \\ 7 & -5 & 1 & | & 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

Υπολογισμός αντίστροφου πίνακα

$$\begin{array}{l}
 \xrightarrow{(2col)/(-1)} \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ 7 & -5 & 1 & 0 & 0 & 18 \end{array} \right] \xrightarrow{(3col)/18} \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\
 \xrightarrow{(2col)-5(3col)} \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 - \frac{5 \times 7}{18} & -1 - \frac{5 \times (-5)}{18} & -\frac{5 \times 1}{18} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] =
 \end{array}$$

Υπολογισμός αντίστροφου πίνακα

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{18} & \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{(1col)-2(2col)-3(3col)} \begin{bmatrix} 1-\frac{2 \times 1}{18}-\frac{3 \times 7}{18} & -\frac{2 \times 7}{18}-\frac{3 \times (-5)}{18} & -\frac{2 \times (-5)}{18}-\frac{3 \times 1}{18} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{18} & \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &\begin{bmatrix} -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & \frac{7}{18} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{18} & \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & \frac{7}{18} \\ \frac{1}{18} & \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} \\ \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$