Αριθμητικοί Υπολογισμοί

Επικ. Καθ. Ν. Καραμπετάκης
Τμήμα Μαθηματικών, Α.Π.Θ.

Αριθμητικοί Τελεστές

Πρόσθεση (+)

3 + 4

Αφαίρεση (-)

123 – 321

Πολλαπλασιασμός

78 * 84

Διαίρεση

35 / 24

Δύναμη

2^24

Αριθμητικοί Τελεστές

Προσπάθησε να υπολογίσεις τις παρακάτω εκφράσεις :

$$31\times\frac{4}{23}-52$$

$$(32+24-23)+\frac{22}{2-34}$$

Προσεγγιστικοί Υπολογισμοί

Οι πράξεις μεταξύ ακεραίων μας οδηγεί σε ακέραιο ή ρητό αποτέλεσμα. Αν θέλουμε να υπολογίσουμε όμως το αποτέλεσμα ως πραγματικό αριθμό θα πρέπει να κάνουμε χρήση της συνάρτησης N (με δύο τρόπους).

N[1/3]

1/3 // N

Μπορούμε αν θέλουμε να ορίσουμε την ακρίβεια των υπολογισμών μας δηλώνοντας το πλήθος n των σημαντικών ψηφίων που θέλουμε να έχει η έκφραση μας expr N[expr,n].

N[Pi, 6]

N[Pi, 100]

Μπορούμε να υπολογίσουμε την ακρίβεια που χρησιμοποιεί το *Mathematica* για υπολογισμούς που κάνει.

N[17^(1/2)]

Precision[%]

Εύκολα μπορούμε να μετατρέψουμε μια πραγματική έκφραση έκφραση σε ακέραια

Rationalize[%%, 0]

Προσεγγιστικοί Υπολογισμοί

Να υπολογίσετε την παρακάτω έκφραση με ακρίβεια 20 σημαντικών ψηφίων και στη συνέχεια να την μετατρέψετε σε ρητό αριθμό

$\sqrt{2}$

5

Τελεστές Σύγκρισης

Ισότητα (== ή Equal[x,y])

5 == 5

Διάφορο (!= ή Unequal[x,y])

$5 \neq 6$

Μεγαλύτερο (> ή Greater[x,y]), Μεγαλύτερο ή ίσο (>= ή GreaterEqual[x,y])

$5 \geq 3$

Μικρότερο (< ή Less[x,y]), Μικρότερο ή ίσο (<= ή LessEqual[x,y])

$7 < 9$

6

Λογικοί Τελεστές

Όχι (! ή Not[x])

Not[3 >= 3]

Και (&& ή And[x,y])

(4 == 3) && (3 > 2)

Ή (|| ή Or[x,y])

True || True

ή/και (&&! ή Xor[x,y])

(3 > 4) && ! (3 < 5)

Η σειρά προτεραιότητας είναι Not, And, Or.

7

Λογικοί Τελεστές

Προσπάθησε να υπολογίσεις το αποτέλεσμα της έκφρασης

(1<2) και όχι (4<2)

8

Γνωστές συναρτήσεις

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις (Sin[x], Cos[x], Tan[x], ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x])

Sin[Pi/2]

ArcTan[Infinity]

Εκθετική (Exp[x]), Λογάριθμος με βάση το b (Log[b,x], με βάση το e Log[x])

Log[E]

Exp[Log[x]]

Απόλυτη τιμή του x (Abs[x]), Πρόσημο του x (Sign[x])

Abs[-3]

Παραγοντικό (!), Υπόλοιπο της διαίρεσης του n με το m (Mod[n,m]), ο πλησιέστερος ακέραιος στον x (Round[x])

45!

Mod[10, 3]

Round[4.56]

Round[-4.56]

9

Γνωστές συναρτήσεις

Υπολογίστε τις εκφράσεις

$(\eta\mu\,(\pi/4))^2 + (\sigma\upsilon\nu\,(\pi/4))^2$

$e^{\pi} - \pi^{e}$

10

Σταθερές

π (Pi)

N[Pi, 5]

e (E)

N[E, 5]

π/180 (ακτίνιο) (Degree

N[Degree, 5]

i=$\sqrt{-1}$ (I)

(3 + 4 ∗ I) ∗ (4 − 5 ∗ I)

Άπειρο (Infinity)

ArcTan[Infinity]

11

Σταθερές

Υπολογίστε τις εκφράσεις

$(1 - i)(1 + i)$

$\tan^{-1}\left(\frac{1}{\pi}\right)$

12

Ανάθεση τιμής σε μεταβλητή

c = 1

c = c + 1

c++

c

++c

c

c−−

c

−−c

c

13

Ανάθεση τιμής σε μεταβλητή

Ανάθεση μιας τιμής σε δύο μεταβλητές x=y=τιμή

x = y = 1

x

y

Διαγραφή των τιμών μιας μεταβλητής (Clear[μεταβλητή] ή μεταβλητή=.)

Clear[x, y, c]

c

Αν μετά από μια εντολή ακολουθεί ερωτηματικό, δεν εμφανίζεται το αποτέλεσμα της εκτέλεσης της εντολής (χρήσιμο στα προγράμματα).

x = 1; y = 1

** Είναι φρόνιμο να χρησιμοποιούμε ονόματα μεταβλητών που αρχίζουν με μικρό γράμμα για να τα ξεχωρίζουμε από τις συναρτήσεις.

14

Τύποι αριθμών

- Ακέραιοι
- Ρητοί
- Πραγματικοί
- Μιγαδικοί

15

Τύποι αριθμών

- **Ακέραιοι και Ρητοί**

3 / 4

FullForm[%]

Ο παραπάνω αριθμός είναι ρητός όπως φαίνεται παρακάτω

Head[%]

Σε αντίθεση με άλλες γλώσσες προγραμματισμού, στο *Mathematica* ακέραιοι και ρητοί αποθηκεύονται στην πλήρη μορφή τους.

Precision[%%]

Για πράξεις μεταξύ ακεραίων που μπορεί να χειριστεί ο H/Y χρησιμοποιεί τις δυνατότητες του H/Y

2^3 + 2^5

διαφορετικά χρησιμοποιεί ειδικούς αλγορίθμους

2^256 + 2^1024

16

Τύποι αριθμών

Υπάρχει συνάρτηση που ελέγχει αν ένας αριθμός είναι ακέραιος ή αν ένα αποτέλεσμα αποτελεί αριθμό.

IntegerQ[%]

NumberQ[%%]

Το μέγεθος σε byte που καταλαμβάνει ο παραπάνω αριθμός είναι

ByteCount[%%%]

17

Τύποι αριθμών

- **Πραγματικοί Αριθμοί**

  Head[1.4142]

  Precision[1.4142]

Το π δεν είναι αριθμός

{Head[Pi], NumberQ[Pi]}

18

Τύποι αριθμών

- **Μιγαδικοί αριθμοί**

Έστω ο μιγαδικός αριθμός

z = 3 + 2 I

FullForm[z]

Το πραγματικό του μέρος είναι

Re[z]

ενώ το φανταστικό του μέρος

Im[z]

Ο συζυγής του z είναι

Conjugate[z]

Το μέτρο του z είναι

Abs[z]

ενώ το όρισμα του είναι

Arg[z]

19

Τύποι αριθμών

Τριγωνομετρική μορφή αριθμού

$$\mathbf{x = -\sqrt{3} + I}$$

Abs[x]

Arg[x]

Η τριγωνομετρική μορφή του μιγαδικού x είναι

$$\mathbf{Simplify\left[2 * \left(Cos\left[\frac{5\,Pi}{6}\right] + I\,Sin\left[\frac{5\,Pi}{6}\right]\right)\right]}$$

20

Τύποι αριθμών

Νιοστές ρίζες της μονάδας (συμπεριλαμβανομένων και μιγαδικώ

Clear[z]

Solve[z^4 == 1, z]

ή και αριθμητικά

Solve[z^4 == 1, z] // N

21

Τύποι αριθμών

Ασκήσεις. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$I + I^2 + I^3 + I^4$

$\frac{1}{z^2 - z}$ αν $z = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$

$(a + bi)^{10} + (b - ai)^{10}$

Να κάνετε χρήση της συνάρτησης Simplify[ ] που έχει ως σκοπό την απλοποίηση εκφράσεων.

22

Βοήθεια

Βοήθεια για την σύνταξη της εντολής Plot.

?Plot

Επιπλέον παράμετροι της σύνταξης της εντολής της Plot.

?? Plot

Εντολές που τελειώνουν σε Q.

?*Q

Άλλος τρόπος : Help -> Help Browser

Πως συντάσσεται η implicitplot ;

23

Αριθμητικό άθροισμα και γινόμενο αριθμών (σειρές, γινόμενα)

Το άθροισμα των όρων μιας ακολουθίας υπολογίζεται με την συνάρτηση Sum[έκφραση,{μεταβλητή,αρχική τιμή, τελική τιμή, [,βήμα]}] αλλά και NSum για αριθμητικούς υπολογισμούς.

Sum[1/i, {i, 1, Infinity}]

NSum[1/i, {i, 1, 100}]

Sum[1/i^2, {i, 1, Infinity}]

NSum[1/i^2, {i, 1, Infinity}]

Sum[1/i^2, {i, 1, Infinity, 2}]

Sum[i^2, {i, 1, k}]

24

Αριθμητικό άθροισμα και γινόμενο αριθμών (σειρές, γινόμενα)

Άσκηση. Δείξτε ότι το άθροισμα $\sum_{i=1}^{n} i^3$ είναι τέλειο τετράγωνο.

Αριθμητικό άθροισμα και γινόμενο αριθμών (σειρές, γινόμενα)

Μπορούμε να υπολογίσουμε και διπλά αθροίσματα όπως

```
Sum[1/(i+j), {i, 1, 50}, {j, 1, 50}]
N[%]
```

Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε γινόμενα αριθμών χρησιμοποιούμε την συνάρτηση Product[έκφραση,{μεταβλητή,αρχική τιμή, τελική τιμή [,βήμα]}] ενώ για αριθμητικούς υπολογισμούς την NProduct

```
Product[i, {i, 1, 50}]
NProduct[i, {i, 1, 50}]
Product[i/(1+j), {i, 1, 10}, {j, 1, 10}]
N[%]
```