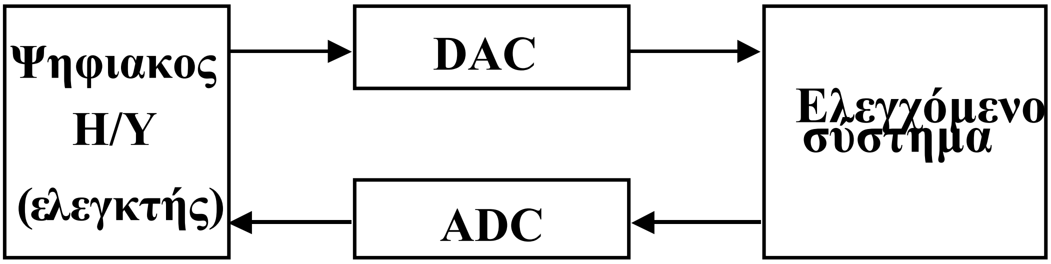
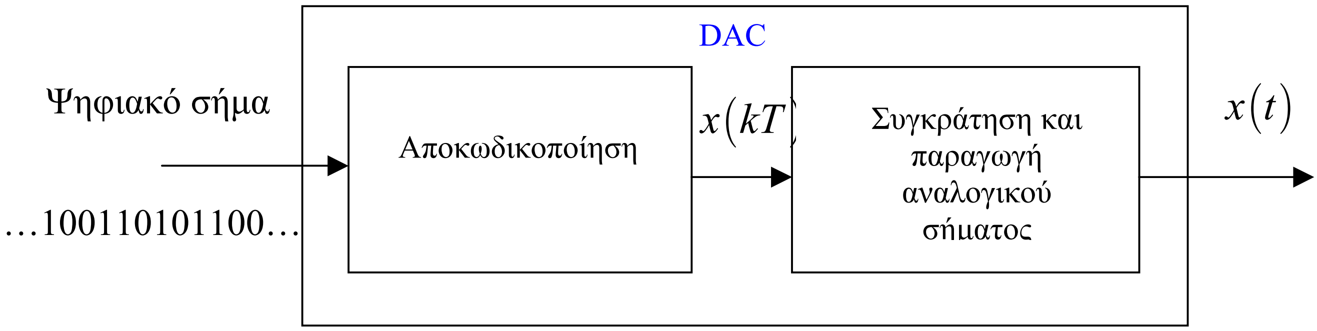
ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΣΩ Η/Υ

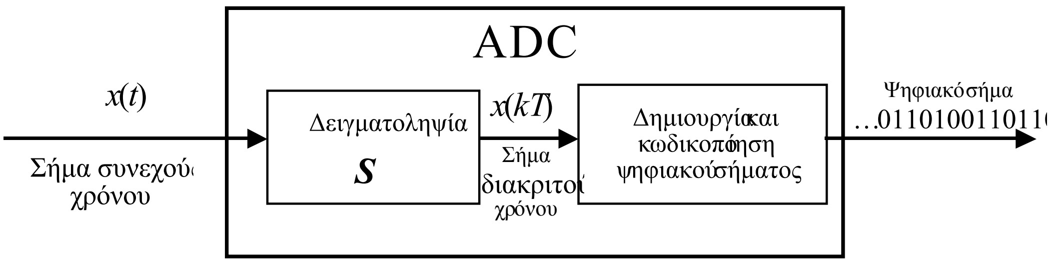


ΣΧΗΜΑ 1

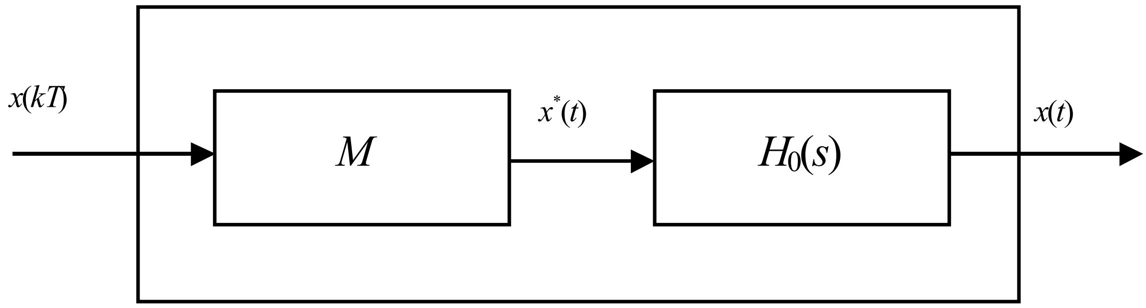
Ένας DAC περιγράφεται από το διάγραμμα



Ένας ADC περιγράφεται από το διάγραμμα



Στον DAC η συγκράτηση και η παραγωγή του αναλογικού σήματος $x(t)$ περιγράφεται από το διάγραμμα

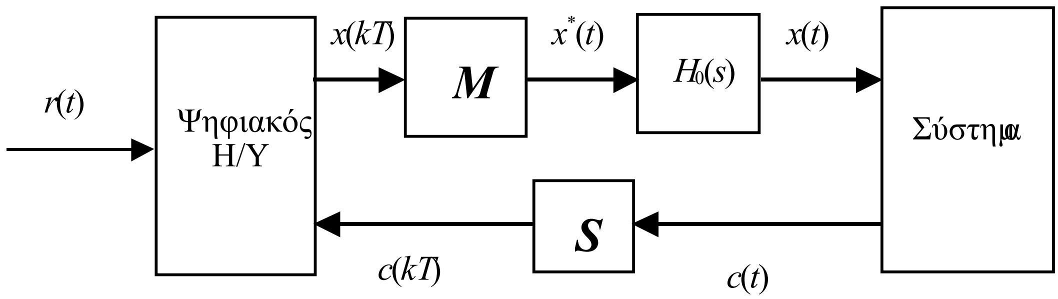


Όπου M περιγράφει την παραγωγή του σήματος

$$x^*(t) = x(t)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT)\delta(t-kT)$$

από το σήμα διακριτού χρόνου $x(kT)$.μέσω της συνάρτησης δειγματοληψίας $p_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT)$. και $H_0(s)$ είναι ο συγκρατητής μηδενικής τάξης (Zero order hold).

Εφόσον η διαδικασίες της κωδικοποίησης αποκωδικοποίησης και δημιουργίας του ψηφιακού σήματος δεν συνεισφέρουν στην δυναμική συμπεριφορά του συστήματος το ΣΧΗΜΑ 1 μπορεί να περιγραφτεί από το διάγραμμα



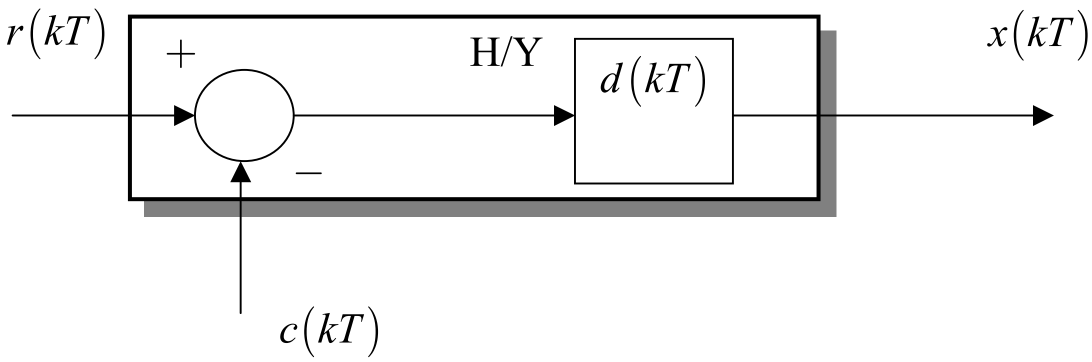
ΕΠΙ ΠΛΕΟΝ ΚΑΝΟΥΜΕ ΤΙΣ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ

1. Το σύστημα προς έλεγχο είναι ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΑ ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟ και η σχέση εισόδου-εξόδου περιγράφεται από την συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$

$$Y(s) = G(s)X(s)$$

$$x(t) \leftrightarrow X(s) \qquad y(t) \leftrightarrow Y(s)$$

2. Ο Η/Υ συμπεριφέρεται σαν ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΑ ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ διακριτού χρόνου με έξοδο $x(kT)$



$$x(kT) = d(kT) * e(kT) = d(kT) * [r(kT) - c(kT)]$$

$$D(z) = \mathcal{Z}\{d(kT)\}, \;\; R(z) = \mathcal{Z}\{r(kT)\} \;\; C(z) = \mathcal{Z}\{c(kT)\}$$

όπου $d(kT) * [r(kT) - c(kT)]$ μια εξίσωση διαφορών ή ο αλγόριθμος ελέγχου

$$X(z) = D(z)E(z) = D(x)[R(z) - C(z)]$$

Μετασχηματισμός $\mathcal{M}$ σημάτων διακριτού χρόνου είναι

$$\mathcal{M}\{x(kT)\} = x^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)\delta(t - kT)$$

Παράδειγμα

Αν $x(kT)=\Delta(kT)$

$$\mathcal{M}\{x(kT)\}=x^*(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT)\delta(t-kT)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\Delta(kT)\delta(t-kT)$$

$$=\ldots\Delta(-2T)\delta(t+2T)+\Delta(-T)\delta(t+T)+\Delta(0)\delta(t)+\Delta(T)\delta(t-T)+\ldots$$

$$=\Delta(0)\delta(t)=\delta(t).$$

Παράδειγμα. Αν

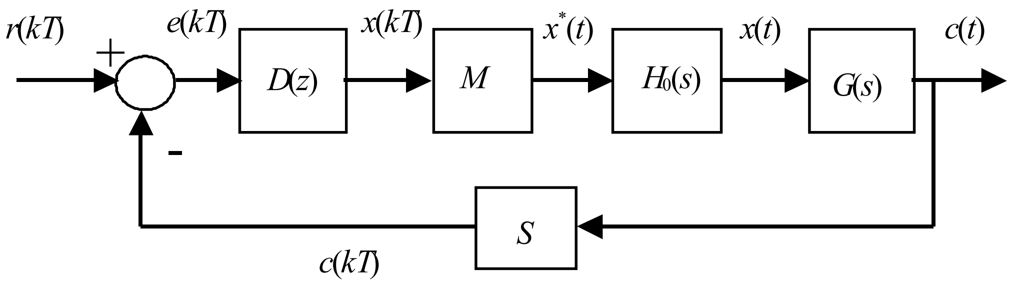
$$x(kT)=u(kT)=1,\quad k=0,1,2,\ldots$$

$$x(kT)=u(kT)=,\quad k=-1,-2,\ldots$$

$$\mathcal{M}\{u(kT)\}=u^*(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}u(kT)\delta(t-kT)$$

$$=u(0)\delta(t)+u(T)\delta(t-T)+u(2T)\delta(t-2T)+\ldots$$

$$=\delta(t)+\delta(t-T)+\delta(t-2T)+\ldots=\sum_{k=0}^{\infty}\delta(t-kT)$$



Αν

$$x(kT) = \Delta(kT)$$

τότε

$$x^*(t) = \mathcal{M}\{x(kT)\} = \mathcal{M}\{\Delta(kT)\} = \delta(t)$$

και άρα

$$C(z) = \mathcal{Z}\{c(kT)\} = \mathcal{Z}\{\mathcal{S}\{c(t)\}\} = \mathcal{Z}\{\mathcal{S}\{\mathcal{L}^{-1}\{C(s)\}\}\}$$

$$= \mathcal{Z}\{\mathcal{S}\{\mathcal{L}^{-1}\{H_0(s)G(s)\mathcal{L}\{x^*(t)\}\}\}\}$$

$$= \mathcal{Z}\{\mathcal{S}\{\mathcal{L}^{-1}\{H_0(s)G(s)\mathcal{L}\{\delta(t)\}\}\}\}$$

$$= \mathcal{Z}\{\mathcal{S}\{\mathcal{L}^{-1}\{H_0(s)G(s)\cdot 1\}\}\} = \mathcal{Z}\{\mathcal{S}\{\mathcal{L}^{-1}\{H_0(s)G(s)\}\}\}$$

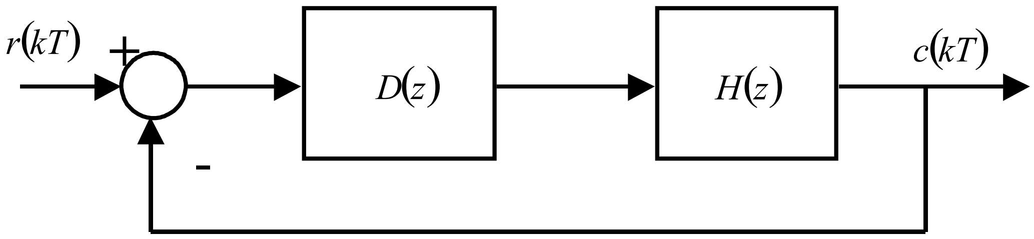
$$= H(z)\mathcal{Z}\{x(kT)\}$$

$$= H(z)X(z)$$

και άρα η ισοδύναμη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος με την διασύνδεση με τον H/Y (interface) είναι η

$$H(z) = \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{H_0(s)G(s)\right\}\right\}\right\}$$

και άρα το λειτουργικό διάγραμμα του συστήματος ελέγχου στο πεδίο του μετασχηματισμού $\mathcal{Z}$ είναι το



Αν $H_0(z)$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς του ΖΟΗ

$$H_0(z) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

τότε

$$H(z) = \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{H_0(s)G(s)\right\}\right\}\right\}$$

$$= \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}G(s)\right\}\right\}\right\} = \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\left(1-e^{-sT}\right)\frac{G(s)}{s}\right\}\right\}\right\}$$

$$= \left(1-e^{-sT}\right)\mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}\right\}\right\}$$

$$= \left(1-z^{-1}\right)\mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}\right\}\right\}$$

Διότι

$$\mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\left(1-e^{-sT}\right)\right\}\right\}\right\} = \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{(1)\right\}\right\}\right\} - \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\left(e^{-sT}\right)\right\}\right\}\right\}$$

$$= \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\delta(t)\right\}\right\} - \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\delta(t-T)\right\}\right\}$$

$$= \mathcal{Z}\left\{\Delta(kT)\right\} - \mathcal{Z}\left\{\mathcal{S}\left\{\Delta(kT-T)\right\}\right\}$$

$$= 1 - z^{-1}$$

Αν

$$F(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$$

είναι η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος, τότε

$$F(z) = \frac{D(z)H(z)}{1+D(z)H(z)}$$