

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΧΑΡΑΛΑΜΠΙΔΗΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΕΥΡΩΣΤΟΣ ΕΠΑΝΑΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΝΕΥΡΩΝΙΚΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ
ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΑΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2007

ΜΕΛΗ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ

Γεώργιος Ροβιθάκης^{1,2} , Επίκουρος Καθηγητής Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών Πολυτεχνικής Σχολής Θεσσαλονίκης.

Νικόλαος Καραμπετάκης², Επίκουρος Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών Α.Π.Θ.

Αντώνιος – Ιωάννης Βαρδουλάκης², Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών Α.Π.Θ.

¹ Επιβλέπων καθηγητής

² Μέλος εξεταστικής επιτροπής

Η έγκριση της παρούσης διπλωματικής εργασίας υπό του Τμήματος Μαθηματικών της Σχολής Θετικών Επιστημών του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, δεν υποδηλοί αποδοχή των γνώμων του συγγραφέως (Νόμος 5343/1932, άρθρο 202 παρ.2).

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	5
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	6
Τα νευρωνικά δίκτυα	6
Σύντομη ιστορική αναδρομή.....	6
Διαχωρισμός νευρωνικών δικτύων.....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	11
Βιολογικά νευρωνικά δίκτυα	11
Ο ανθρώπινος εγκέφαλος.....	11
Νευρώνες.....	12
Η συνδεσμολογία.....	15
Η λειτουργία.....	17
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	20
Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα	20
Ένα απλό τεχνητό νευρωνικό δίκτυο.....	21
Το μοντέλο του τεχνητού νευρώνα.....	22
Μετάδοση του σήματος μέσα στο νευρωνικό δίκτυο.....	23
Πώς εκπαιδεύουμε ένα νευρωνικό δίκτυο.....	24
Σύγκριση βιολογικών και τεχνητών νευρωνικών δικτύων.....	26
Στοιχεία της Θεωρίας Μάθησης.....	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	31
Η χρήση των νευρωνικών δικτύων στον Προσαρμοστικό Έλεγχο	31
Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	34
Γραμμικά ως προς τα βάρη νευρωνικά δίκτυα	37
Έλεγχος με επανεκκίνηση.....	38
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	42
Ορισμός του προβλήματος.....	42
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	45
Εύρωστος Επανασχεδιασμός.....	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7	51
Αποτελέσματα Προσομοίωσης.....	51

ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....	58
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	60
SUMMARY.....	61
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	62
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ.....	68

Πρόλογος

Η παρούσα μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε στον Τομέα Θεωρητικής Πληροφορικής και Θεωρίας Συστημάτων και Ελέγχου του Αριστοτέλειου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης.

Πρωτίστως θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Επίκουρο Καθηγητή του τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών της Πολυτεχνικής Σχολής Θεσσαλονίκης κ. Γεώργιο Ροβιθάκη, διδάσκοντα στο πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών κατά το ακαδημαϊκό έτος 2006-2007, ο οποίος μου εμπιστεύθηκε τη συγκεκριμένη εργασία και βοήθησε σημαντικά στη διεκπεραίωση και συγγραφή της. Οι συμβουλές του και η προθυμία του να βοηθήσει στην επεξεργασία των αποτελεσμάτων, συνέβαλλαν ουσιαστικά στην ομαλή διεξαγωγή της διπλωματικής εργασίας. Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή του τμήματος Μαθηματικών κ. Αντώνιο – Ιωάννη Βαρδουλάκη και τον Επίκουρο Καθηγητή του τμήματος Μαθηματικών κ. Νικόλαο Καραμπετάκη που δέχθηκαν να είναι μέλη της εξεταστικής επιτροπής.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους υποψήφιους διδάκτορες Χαράλαμπο Μπεκλιούλη, Άρτεμη Κωσταρίγκα, Σεραφείμ Μουστακίδη και Ιωάννη Καραγιαννίδη για την πολύτιμη βοήθειά τους κατά την σύνταξη του κώδικα εξομοίωσης.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και όλους τους μεταπτυχιακούς φοιτητές που με τη συνεργασία και την υπομονή τους συμπαραστάθηκαν στην ομαλή διεξαγωγή της διπλωματικής εργασίας.

Εισαγωγή

Κεφάλαιο 1

Τα νευρωνικά δίκτυα

Το νευρικό σύστημα του ανθρώπου και η λειτουργία του αποτέλεσε την έμπνευση για την εφαρμογή ενός νέου μαθηματικού μοντέλου που έχει ραγδαία ανάπτυξη στις μέρες μας. Το νευρωνικό δίκτυο, όπως ονομάζεται, είναι ένα υπολογιστικό παράδειγμα που μοντελοποιείται ασαφώς υπό φλοιώδεις κατασκευές του εγκεφάλου. Χρησιμοποιείται στο να λύσει κάθε είδους προβλήματα μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή, όμως η φιλοσοφία τους διαφέρει από τον κλασικό τρόπο με τον οποίο δουλεύουν οι υπολογιστές. Αποτελείται από αλληλοσυνδεδεμένα εξελικτικά στοιχεία που καλούνται νευρώνες τα οποία συνεργάζονται για να παράγουν μία συνάρτηση εξόδου. Η έξοδος ενός νευρωνικού δικτύου εξαρτάται από τη συνεργασία μεμονωμένων νευρώνων εντός του δικτύου για να λειτουργήσει. Η επεξεργασία των πληροφοριών από τα νευρωνικά δίκτυα συχνά πραγματοποιείται εν παραλλήλω και όχι σειριακά (ή διαδοχικά). Μία μοναδική ιδιότητα ενός νευρωνικού δικτύου είναι ότι μπορεί να εκτελέσει τη συνολική του λειτουργία ακόμη και εάν ορισμένοι νευρώνες δεν λειτουργούν. Αυτό ωστόσο σημαίνει ότι είναι πολύ εύρωστα σε λάθη ή αποτυχίες (ανεκτικότητα σε λάθη).

Η λειτουργία τους βασίζεται στον τρόπο σκέψης του ανθρώπινου εγκεφάλου με τον εφαρμοσμένο μαθηματικό τρόπο σκέψης. Έτσι στα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούμε συχνά εκφράσεις όπως «ένα δίκτυο μαθαίνει και εκπαιδεύεται», «θυμάται ή ξεχνά μια αριθμητική τιμή», πράγματα που έως σήμερα τα αποδίδαμε μόνο στην ανθρώπινη σκέψη. Μπορούν όμως να χρησιμοποιούν και περίπλοκα μαθηματικά εργαλεία, κυρίως από τη μαθηματική ανάλυση.

Ιστορική αναδρομή

Έρευνες πάνω στα νευρωνικά δίκτυα είχαν ήδη αρχίσει στα τέλη του 19^{ου} αιώνα, ως μία προσπάθεια να περιγραφεί ο τρόπος λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφάλου. Η μοντέρνα περίοδος των νευρωνικών δικτύων λέγεται ότι άρχισε με την πρωτοποριακή δουλειά των McCulloch και Pitts (1943). Ο πρώτος ήταν ψυχίατρος και ο δεύτερος μεγαλοφυής μαθηματικός. Σύμφωνα με τον Rall (1990) η κλασική εργασία των McCulloch και Pitts έγινε μέσα σε μια κοινωνία που ασχολούνταν με τους

νευρώνες στο πανεπιστήμιο του Σικάγο, για πάνω από 5 χρόνια. Αυτή η εργασία περιέγραφε το λογικό λογισμό των νευρωνικών δικτύων. Είναι αξιοσημείωτο το ότι ο von Neumann χρησιμοποίησε ιδεατά στοιχεία καθυστέρησης τα οποία είχαν υπολογιστεί από τα ιδεατά στοιχεία νευρώνων των McCulloch και Pitts, για την κατασκευή του EDVAC (Electronic Discrete Variable Automatic Computer), ο οποίος κατάληξε στον ENIAC, τον πρώτο γενικού σκοπού υπολογιστή.

Η επόμενη μεγάλη ανάπτυξη πάνω στα νευρωνικά δίκτυα, ήρθε το 1949 με την έκδοση του βιβλίου του Hebb με τίτλο “The Organization of Behavior”, στο οποίο έγινε για πρώτη φορά μια ιδιαίτερη δήλωση ενός φυσιολογικού κανόνα μάθησης για συναπτικές τροποποιήσεις. Πιο συγκεκριμένα ο Hebb πρότεινε ότι η συνδεδετικότητα του εγκεφάλου συνεχώς αλλάζει καθώς ο οργανισμός μαθαίνει διάφορες εργασίες, και ότι οι νευρωνικοί συγκεντρωτές δημιουργούνται από τέτοιες αλλαγές. Επίσης πρότεινε το διάσημο αίτημα μάθησης σύμφωνα με το οποίο η αποτελεσματικότητα μιας σύναψης μεταβλητής ανάμεσα σε δύο νευρώνες αυξάνεται από την επαναλαμβανόμενη ενεργοποίηση του ενός νευρώνα από τον άλλο κατά μήκος της σύναψης.

Η αναφορά των Rochester , Holland , Habit και Duda (1956) είναι ίσως η πρώτη προσπάθεια για χρήση υπολογιστή που χρησιμοποιεί την εξομοίωση, για να ελεγχθεί μια καλά σχηματισμένη νευρωνική θεωρία βασισμένη στο αίτημα μάθησης του Hebb. Η εξομοίωση έδειξε ότι χρειαζόταν να προστεθεί παρεμπόδιση ώστε η θεωρία να δουλέψει πραγματικά. Τον ίδιο χρόνο ο Uttley παρουσίασε την αποκαλούμενη “διαρρέουσα ολοκλήρωση” ή “νευρώνας φωτιάς” που αργότερα αναλύθηκε από τον Caianiello.

Το 1952 εκδόθηκε το βιβλίο του Ashby με τίτλο “Design for a brain: The Origin of Adaptive Behavior”, το οποίο ασχολήθηκε με την βασική έννοια ότι η προσαρμοζόμενη συμπεριφορά δεν είναι έμφυτη αλλά μαθαίνεται. Το 1954 ο Minsky έγραψε τη διδακτορική του διατριβή με τίτλο “Theory of Neural-Analog Reinforcement Systems and Its Application to the Brain-Model Problem” και το 1961 ο ίδιος έγραψε μια εργασία με τίτλο “Steps Toward Artificial Intelligence”. Επίσης το 1954 η ιδέα των μη γραμμικών προσαρμοζόμενων φίλτρων προτάθηκε από τον Gabor (πρωτοπόρος της θεωρίας επικοινωνιών και εφευρέτης του ολογραφήματος), ο οποίος υλοποίησε μια τέτοια μηχανή στην οποία η μάθηση επιτυγχανόταν με τροφοδότηση δειγμάτων στοχαστικών διαδικασιών στη μηχανή, μαζί με τη συνάρτηση-στόχο, την οποία ήταν αναμενόμενο να παράγει η μηχανή.

Ένα θέμα ιδιαίτερου ενδιαφέροντος για τα νευρωνικά δίκτυα είναι αυτό της σχεδίασης ενός αξιόπιστου δικτύου με νευρώνες που μπορούν να θεωρηθούν σαν μη αξιόπιστα στοιχεία. Αυτό το σημαντικό πρόβλημα λύθηκε από τον von Neumann (1956) χρησιμοποιώντας την ιδέα του πλεονασμού. 15 χρόνια μετά την έκδοση της εργασίας των McCulloch και Pitts, μια νέα προσέγγιση πάνω στο πρόβλημα της αναγνώρισης προτύπων έγινε από τον Rosenblatt (1958) στην εργασία του πάνω στο αισθητήριο (perceptron). Το ιδιαίτερο επίτευγμα του ήταν το αποκαλούμενο θεώρημα σύγκλισης αισθητηρίου (perceptron convergence theorem). Το 1960 οι Widrow και Hoff πρότειναν τον αλγόριθμο ελάχιστου μέσου τετραγώνου (least mean-square-LMS) και τον χρησιμοποίησαν για να σχηματίσουν το Adaline (adaptive linear element). Η διαφορά ανάμεσα στο αισθητήριο και στο Adaline βρίσκεται στον τρόπο μάθησης. Ένα από τα από τα πρόσφατα εκπαιδεύσιμα νευρωνικά δίκτυα με πολλαπλά στοιχεία είναι η δομή Madaline (Widrow). Κατά την διάρκεια της κλασσικής περιόδου του perceptron ('60) πιστευόταν ότι τα νευρωνικά δίκτυα μπορούσαν να κάνουν τα πάντα. Αλλά τότε εκδόθηκε το βιβλίο των Minsky και Papert που με τη βοήθεια των μαθηματικών απέδειξε ότι υπάρχουν όρια πάνω στο τι μπορεί να υπολογιστεί από τα αισθητήρια. Ένα σημαντικό πρόβλημα πάνω στη σχεδίαση ενός πολύ-επίπεδου αισθητηρίου είναι το πρόβλημα της ανάθεσης εμπιστοσύνης (credit assignment problem), το οποίο βρήκε την λύση του μόλις την δεκαετία του 1980.

Κατά την δεκαετία του '70 λόγω των προβλημάτων εγκαταλείφθηκε το ενδιαφέρον πάνω στα νευρωνικά δίκτυα. Μια σημαντική ενέργεια την δεκαετία αυτή ήταν οι χάρτες αυτό-οργάνωσης με ανταγωνιστική μάθηση.

Το 1980 έγιναν πολλές εργασίες πάνω στην θεωρία αλλά και στον σχεδιασμό των νευρωνικών δικτύων. Ο Grossberg (1980) ανέπτυξε μια καινούργια αρχή αυτό-οργάνωσης που συνδυάζει φιλτράρισμα από "κάτω προς τα πάνω" και αντίθετη αύξηση σε μικρή μνήμη με από "πάνω προς τα κάτω" ταίριασμα προτύπων και σταθεροποίηση του κώδικα μάθησης. Δεδομένης μιας τέτοιας ικανότητας, και αν το πρότυπο εισόδου ταιριάζει με την ανάδραση μάθησης, λαμβάνει χώρα μία δυναμική κατάσταση που καλείται adaptive resonance. Αυτό το φαινόμενο δίνει την βάση για μια νέα κατηγορία νευρωνικών δικτύων γνωστά σαν adaptive resonance theory (ART).

Το 1982 ο Hopfield χρησιμοποίησε την ιδέα μια συνάρτησης ενέργειας για να φτιάξει ένα νέο τρόπο κατανόησης του υπολογισμού που γίνεται από τα δίκτυα με συμμετρικές συναπτικές συνδέσεις. Επιπλέον καθιέρωσε τον ισομορφισμό ανάμεσα σε τέτοια περιοδικά δίκτυα και σε ένα Ising μοντέλο που χρησιμοποιείται στην

στατιστική. Αυτή η αναλογία άνοιξε τον δρόμο για ένα κατακλυσμό θεωριών για τα νευρωνικά δίκτυα. Αυτή η συγκεκριμένη τάξη νευρωνικών δικτύων με ανατροφοδότηση έτυχε ιδιαίτερης προσοχής κατά τη δεκαετία του '80 και με το χρόνο έγιναν γνωστά σαν δίκτυα Hopfield.

Το 1983 οι Cohen και Grossberg έδωσαν μια νέα αρχή για σχεδίαση μιας διευθυνσιοδοτούμενης μνήμης (content-addressable memory) που περιλαμβάνει την έκδοση συνεχούς χρόνου του δικτύου Hopfield σαν μια ιδιαίτερη περίπτωση. Μια ακόμα σημαντική ανάπτυξη το 1982 ήταν η έκδοση της εργασίας του Kohonen πάνω στους χάρτες αυτό-οργάνωσης, χρησιμοποιώντας μιας ή δύο διαστάσεων δικτυωτές δομές. Το 1983 οι Kirkpatrick, Gallat και Vecchi περιέγραψαν μια νέα διαδικασία που λέγεται εξομοιωμένη απόπτωση (Simulated Annealing) για λύση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Η εξομοιωμένη απόπτωση χρησιμοποιείται στην στατιστική θερμοδυναμική και βασίζεται σε μια απλή τεχνική. Την ίδια χρονιά εκδόθηκε μια εργασία από τους Burto, Sutton και Anderson πάνω στην ενισχυμένη μάθηση, η οποία δημιούργησε μεγάλο ενδιαφέρον πάνω στην ενισχυμένη μάθηση και την εφαρμογή της. Το 1984 ο Braitenberg εξέδωσε ένα βιβλίο με τίτλο "Vehicles: Experiments in Synthetic Psychology" το οποίο περιγράφει διάφορες μηχανές με απλή εσωτερική αρχιτεκτονική, και το οποίο ενσωματώνει μερικές σημαντικές αρχές της αυτό-οργανούμενης απόδοσης. Το 1986 η ανάπτυξη του αλγορίθμου για πίσω διάδοση (back-propagation algorithm) παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον Rumelhart. Αυτός ο αλγόριθμος έγινε πολύ δημοφιλής και έδωσε νέα ώθηση στις εφαρμογές των νευρωνικών δικτύων.

Το 1988 ο Linsker περιέγραψε μια νέα αρχή για την αυτό-οργάνωση σε ένα δίκτυο αισθητηρίων (perceptrons). Η αρχή αυτή σχεδιάστηκε ώστε να διατηρεί μέγιστη πληροφορία σχετικά με την με τα πρότυπα ενεργειών, που υπόκεινται σε περιορισμούς όπως συναπτικές συνδέσεις και δυναμικές περιοχές σύναψης. Ο Linsker χρησιμοποίησε αφηρημένες έννοιες πάνω στη θεωρία πληροφοριών ώστε να σχηματίσει τη αρχή της διατήρησης μέγιστης πληροφορίας.

Επίσης το 1988 οι Broomhead και Lowe περιέγραψαν μία διαδικασία για το σχεδιασμό "προς τα εμπρός τροφοδότησης" (feedforward) δικτύων χρησιμοποιώντας συναρτήσεις ακτινικής βάσης (Radial Basis Functions - RBF), που είναι μια παραλλαγή των πολυεπίπεδων αισθητηρίων. Το 1989 εκδόθηκε το βιβλίο του Mead με τίτλο "VLSI and Neural Systems". Αυτό το βιβλίο δίνει μια ασυνήθιστη μίξη περιεχομένων από την Νευροβιολογία και την τεχνολογία VLSI. Ίσως περισσότερο

από κάθε άλλη έκδοση, η εργασία του Hopfield (1982) και το δίτομο βιβλίο των Rummelhart και McClelland (1986), να ήταν οι πιο σημαίνουσες εκδόσεις υπεύθυνες για την αναζωογόνηση του ενδιαφέροντος για τα νευρωνικά δίκτυα στην δεκαετία του '80.

Τα νευρωνικά δίκτυα έχουν σίγουρα διανύσει πολύ δρόμο από την εποχή των McCulloch και Pitts. Πραγματικά έχουν εγκαθιδρυθεί σαν ενδοπειθαρχικό αντικείμενο με βαθιές ρίζες στην επιστήμη των νευρώνων, στην ψυχολογία, στα μαθηματικά, στις φυσικές επιστήμες και στην μηχανική. Δεν είναι αναγκαίο να πούμε ότι είναι εδώ για να μείνουν και θα συνεχίσουν να αναπτύσσονται σε θεωρία, σχεδιασμό και εφαρμογές.

Διαχωρισμός νευρωνικών δικτύων

Κατά παράδοση, ένα νευρωνικό δίκτυο αναφέρεται σε ένα δίκτυο βιολογικών νευρώνων. Η σύγχρονη χρήση του όρου αναφέρεται σε τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, τα οποία απαρτίζονται από τεχνητούς νευρώνες. Έτσι, ο όρος *νευρωνικό δίκτυο* έχει δύο ξεχωριστές σημασίες:

1. Τα **βιολογικά νευρωνικά δίκτυα** αποτελούνται από πραγματικούς βιολογικούς νευρώνες, που συνδέονται (ή είναι λειτουργικά συσχετισμένα) με το περιφερειακό ή το κεντρικό νευρικό σύστημα. Πρόκειται για ομάδες νευρώνων (τη λειτουργική μονάδα του νευρικού συστήματος) που συνάπτονται μεταξύ τους σχηματίζοντας ένα δίκτυο επικοινωνιών.
2. Τα **τεχνητά νευρωνικά δίκτυα** αποτελούνται από διασυνδέσεις τεχνητών νευρώνων (συνήθως απλουστευμένων νευρώνων). Είναι σχεδιασμένα να μοντελοποιήσουν (ή να μιμηθούν) μερικές ιδιότητες των βιολογικών νευρωνικών δικτύων. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μοντελοποιήσουν τους τρόπους λειτουργίας των βιολογικών νευρωνικών δικτύων, ενώ **τα γνωστικά πρότυπα** είναι θεωρητικά πρότυπα που μιμούνται τις γνωστικές λειτουργίες του εγκεφάλου, χωρίς απαραίτητα να χρησιμοποιούν τα νευρωνικά δίκτυα ενώ η τεχνητή νοημοσύνη είναι προσεκτικά επεξεργασμένοι αλγόριθμοι που λύνουν συγκεκριμένα ευφυή προβλήματα (όπως το παιχνίδι σκακιού, η αναγνώριση μοτίβων κλπ....) χωρίς τη χρήση του νευρωνικού δικτύου ως υπολογιστική αρχιτεκτονική.

Κεφάλαιο 2

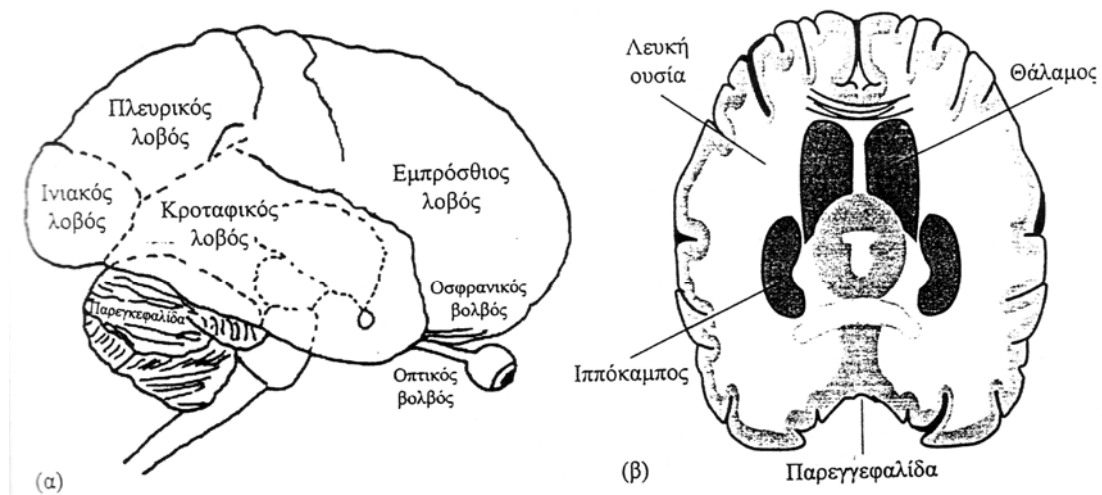
Βιολογικά νευρωνικά δίκτυα

Ο ανθρώπινος εγκέφαλος

Πριν προχωρήσουμε στη λεπτομερέστερη μελέτη των νευρωνικών δικτύων αξίζει να γίνει μία αναφορά στη λειτουργία των βιολογικών νευρωνικών δικτύων, ώστε να κατανοηθεί καλύτερα η δομή τους.

Ο ανθρώπινος εγκέφαλος είναι ένας πολύ πολύπλοκος, μη-γραμμικός και παράλληλος υπολογιστής ο οποίος αποτελείται από 10^{12} νευρώνες οι οποίοι σχηματίζουν ένα δίκτυο επικοινωνιών. Όλοι οι νευρώνες είναι διαφορετικοί μεταξύ τους και δεν υπάρχουν δύο ολόιδιοι νευρώνες στο μεγάλο αυτό αριθμό. Ένας ενιαίος νευρώνας μπορεί να συνδεθεί με πολλούς άλλους νευρώνες και ο συνολικός αριθμός νευρώνων και συνδέσεων σε ένα δίκτυο μπορεί να είναι εξαιρετικά μεγάλος.

Πρόκειται για το όργανο του ανθρώπινου σώματος που αναπτύσσει και χρησιμοποιεί τη νόηση, καθώς και όλα όσα αυτή συνεπάγεται όπως η ευφυΐα και τα συναισθήματα. Έχει την ιδιότητα να εκτελεί συγκεκριμένους υπολογισμούς πολύ πιο γρήγορα από τους πιο γρήγορους ψηφιακούς υπολογιστές που υπάρχουν.



Εικόνα 1: Δυο απόψεις του ανθρώπινου εγκεφάλου (α) πλάγια όψη και (β) γωνιακή τομή.

Κανένα τεχνητό μοντέλο δεν μπορεί να προβλέψει ό,τι έχει σχέση με τα προσωπικά συναισθήματα και τις εμπειρίες, όπως το ανθρώπινο μυαλό. Από πειραματικές παρατηρήσεις στη Νευροανατομία και Νευροφυσιολογία γνωρίζουμε

πολλά, αλλά ακόμα και εμπειρικά κατανοούμε πλήθος από τις λειτουργίες του. Μας αφορούν κυρίως εκείνες οι διεργασίες που έχουν να κάνουν με την επαφή μας με το εξωτερικό περιβάλλον και πώς αυτό επηρεάζει την κρίση μας και τη σκέψη μας. Βασικά χαρακτηριστικά του ανθρώπινου εγκεφάλου είναι η αναγνώριση μοτίβων (pattern recognition), ο συνειρμός, η πολυπλοκότητα και η ανεκτικότητα στο θόρυβο, ενώ έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον παρουσιάζουν λειτουργίες όπως η μνήμη, η κατάσταση του ύπνου και τα όνειρα.

Πώς τα καταφέρνει όμως ο εγκέφαλος; Κατά τη γέννησή του ο εγκέφαλος έχει την ικανότητα να κατασκευάζει τους δικούς του κανόνες, κοινώς “εμπειρία”, η οποία μεγαλώνει με την πάροδο του χρόνου. Κατά τα 2 πρώτα χρόνια ζωής, έχουμε τη μέγιστη ανάπτυξη, όπου περίπου 1 εκατομμύριο συνάψεις (synapses) δημιουργούνται στο δευτερόλεπτο.

Θα δούμε με έκπληξη ότι μερικά χαρακτηριστικά είναι τα ίδια όπως και στους υπολογιστές, λ.χ. το ηλεκτρικό σήμα μεταδίδεται με δυαδικό τρόπο ενώ θα περίμενε κανείς ότι ως ηλεκτρικό μέγεθος θα είχε συνεχείς τιμές.

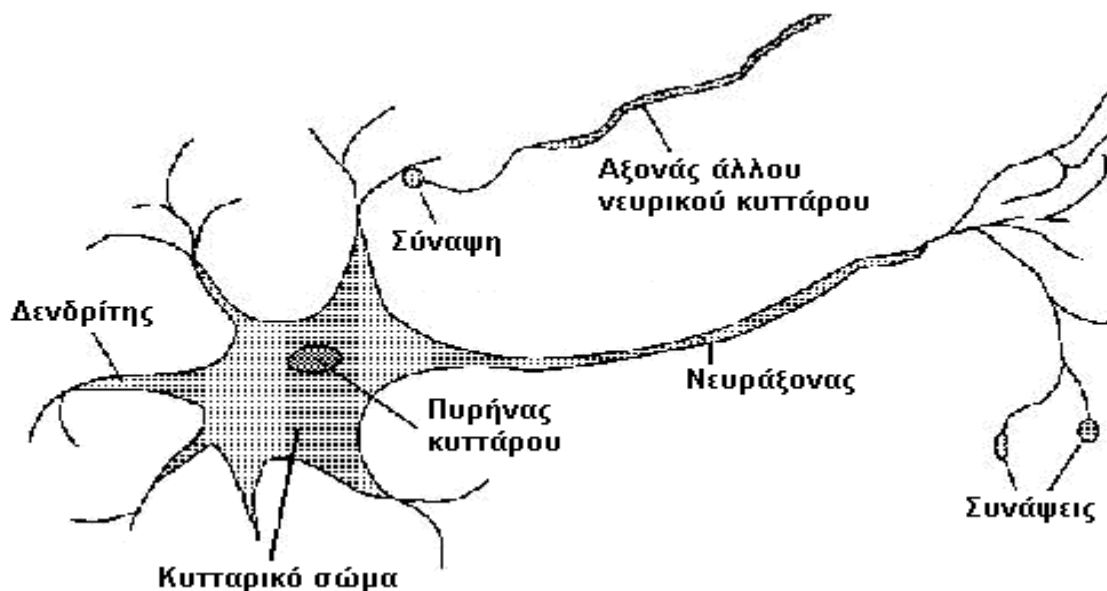
Ενώ ιστορικά ο εγκέφαλος έχει αντιμετωπισθεί ως τύπος υπολογιστή και αντίστροφα, αυτό ισχύει μόνο υπό τη χαλαρότερη έννοια. Οι υπολογιστές δεν μας παρέχουν με ακριβές υλικό για να περιγράψουμε τον εγκέφαλο (αν και είναι δυνατόν να περιγραφεί μία λογική διαδικασία ως ένα υπολογιστικό πρόγραμμα, ή να προσομοιωθεί ένας εγκέφαλος χρησιμοποιώντας έναν υπολογιστή) αφού δεν κατέχουν τις αρχιτεκτονικές παράλληλης επεξεργασίας που έχουν περιγραφεί στον εγκέφαλο. Ακόμα και μιλώντας για τους υπολογιστές πολυεπεξεργαστών (multiprocessor computers), οι λειτουργίες δεν είναι τόσο κατανεμημένες όσο στον εγκέφαλο.

Η μελέτη των τεχνητών νευρωνικών δικτύων υποκινήθηκε άμεσα από την αναγνώριση ότι οι εγκεφαλικοί υπολογιστές είναι ένας εξ' ολοκλήρου διαφορετικός δρόμος από τους συμβατικούς ψηφιακούς υπολογιστές. Τυπικά οι νευρώνες του εγκεφάλου είναι 5-6 τάξεις μεγέθους αργότεροι από τις λογικές πύλες σιλικόνης.

Η δομή του Νευρώνα

Ως κύτταρο, ο νευρώνας αποτελείται από το κυρίως σώμα, τον νευράξονα και τους δενδρίτες. Ο κυρίως κορμός του νευρώνα είναι το σώμα μέσα στο οποίο βρίσκεται ο πυρήνας του κυττάρου ο οποίος περιέχει όλο το γενετικό υλικό του οργανισμού. Ο νευράξονας εκφύεται από το κυτταρικό σώμα και εφάπτεται με άλλους νευρώνες. Το

μήκος του μπορεί να είναι πολύ μικρό και μπορεί να φθάσει το ένα μέτρο ή και περισσότερο. Ο ρόλος του είναι να μεταδίδει σήματα (νευρικές ώσεις) σε άλλους νευρώνες, δηλαδή να στέλνει τα εξερχόμενα σήματα. Οι δενδρίτες είναι μικρές προεκτάσεις του κυτταρικού σώματος που μοιάζουν με διακλαδώσεις δένδρου και δέχονται τα εισερχόμενα σήματα από άλλους νευρώνες.

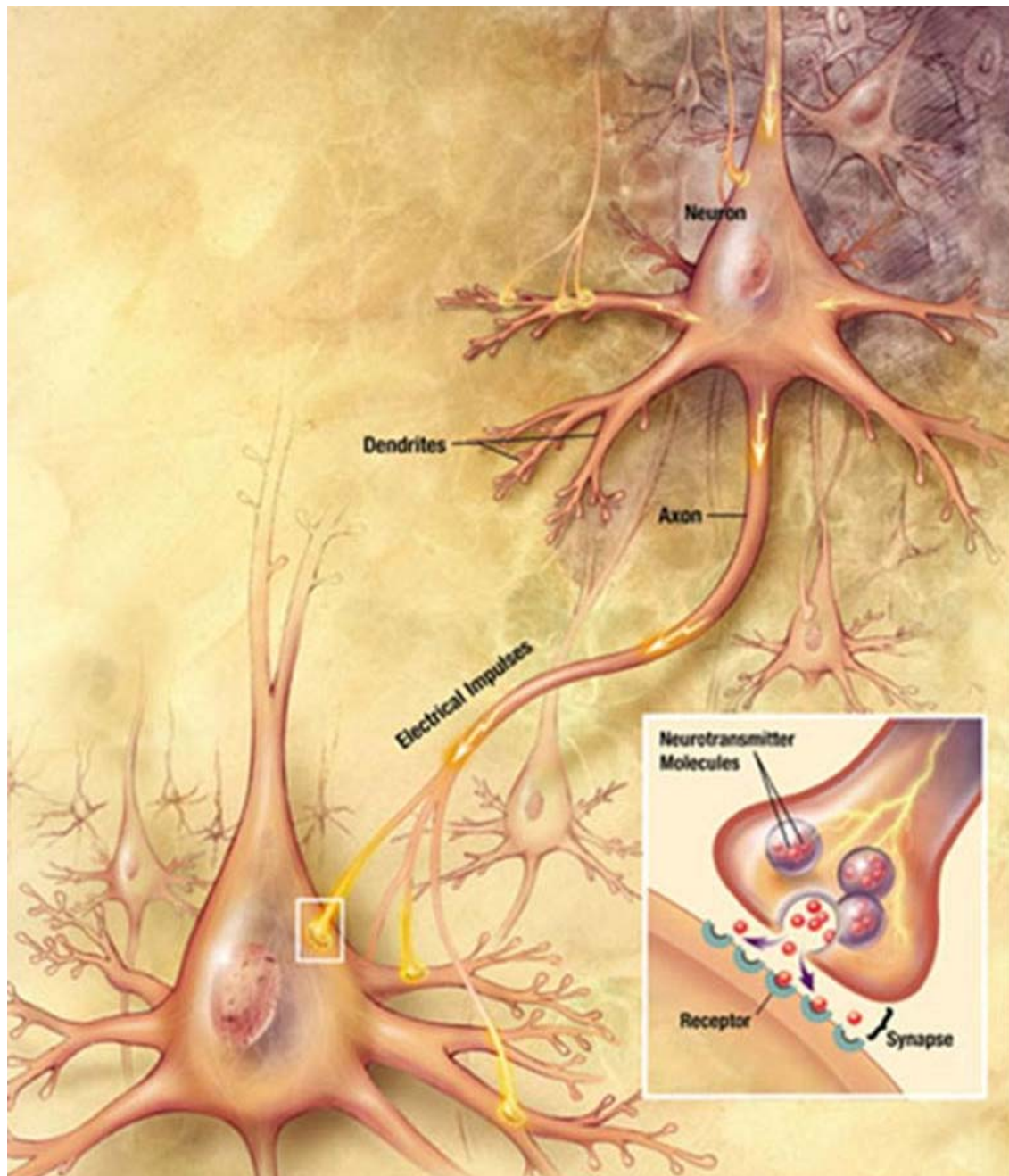


Εικόνα 2: Ένας τυπικός νευρώνας.

Υπάρχουν περίπου 100 διαφορετικές κατηγορίες νευρώνων. Ο αριθμός των συνάψεων δεν είναι σταθερός, αλλά υπολογίζεται ότι κάθε νευρώνας σχηματίζει 10^4 συνάψεις. Το όλο σύστημα των νευρωνικών δικτύων αποτελεί το Νευρικό Σύστημα στον ανθρώπινο οργανισμό. Ένας νευρώνας ενεργοποιείται, όταν το σήμα εισόδου του γίνεται μεγαλύτερο από μία τιμή $\theta > 0$. Αντίστοιχες δομές ακολουθούνται και στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα.

Οι νευρώνες, ως κύτταρα, πιστεύεται ότι δεν πολλαπλασιάζονται και δεν αναπαράγονται. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος ενός υγιούς ενήλικα χάνει περίπου 10^3 νευρώνες την ημέρα. Μεγαλύτερος αριθμός αυτών καταστρέφεται από το κάπνισμα, το αλκοόλ αλλά και την προχωρημένη ηλικία. Η παύση της αναπαραγωγής των νευρώνων πολύ νωρίς δεν ισχύει και για τις συνάψεις, αλλά συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο. Καθ' όλη τη διάρκεια ζωής ενός οργανισμού, οι συνάψεις βρίσκονται σε μια δυναμική ισορροπία, δημιουργούνται καινούριες και καταστρέφονται παλιές. Η δημιουργία των νέων συνάψεων γίνεται όταν ο εγκέφαλος αποκτά περισσότερες εμπειρίες από το περιβάλλον. Από την άλλη, οι σοβαρές ασθένειες της προχωρημένης ηλικίας προέρχονται κυρίως από τη μεγάλη καταστροφή των συνάψεων στα

νευρωνικά δίκτυα του κεντρικού νευρικού συστήματος κι όχι τόσο από την καταστροφή των νευρώνων.



Εικόνα 3 : Βιολογικός νευρώνας.

Η λειτουργία του νευρώνα σε ένα νευρωνικό δίκτυο είναι να λαμβάνει όλα τα σήματα που έρχονται από τους άλλους νευρώνες ή από εξωτερικά ερεθίσματα, να τα επεξεργάζεται και να μεταδίδει το επεξεργασμένο σήμα σε άλλους νευρώνες. Η ακολουθία αυτή συνεχίζεται έτσι ώστε ένα σήμα να μεταδίδεται μέσω ενός τεράστιου αριθμού νευρώνων προς τον εγκέφαλο και το αντίστροφο. Αναφερόμαστε σε σήματα ηλεκτρικής μορφής και είναι της τάξης μερικών mV.

Τα νευρωνικά δίκτυα είναι εξαιρετικά σύνθετα. Η μεταφορά των ηλεκτρικών σημάτων γίνεται μέσω χημικών συνάψεων. Στη χημική σύναψη η απελευθέρωση μιας χημικής ουσίας από ένα νευρώνα, τον νευροδιαβιβαστή, προκαλεί τη δημιουργία δυναμικού ενέργειας και τη μεταγωγή του ηλεκτρικού σήματος στους δενδρίτες στο κυτταρικό σώμα άλλων νευρώνων. Η ταχύτητα μετάδοσης των ηλεκτρικών παλμών στους απλούς νευρώνες κυμαίνεται από 10 - 100 m/sec.

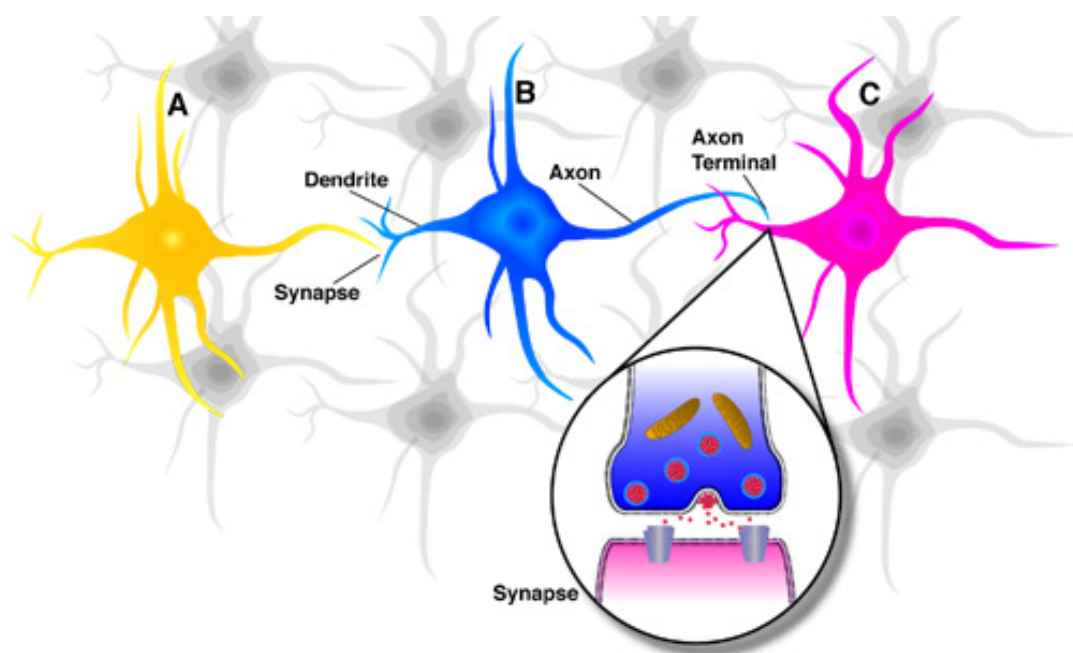
Τα συστατικά του νευρώνα είναι οργανίδια, σωματίδια και σωληνοειδή τμήματα που έχουν δημιουργηθεί από περίπου 6×10 μόρια πρωτεΐνης, 10 μόρια λιπαρών ουσιών και 6×10 μόρια RNA. Τα $2/3$ του βάρους του συνίσταται περίπου από 1500 μιτοχόνδρια. Τα μιτοχόνδρια μεταφέρουν πολύ γρήγορα ζάχαρη για να παράγεται ενέργεια. Από όλα τα κύτταρα του οργανισμού ο νευρώνας χρησιμοποιεί ενέργεια ταχύτερα από κάθε άλλο. Κάθε μιτοχόνδριο χρειάζεται 10 άτομα οξυγόνου ανά δευτερόλεπτο. Αν το οξυγόνο σταματήσει να παρέχεται για διάστημα πάνω από 10 sec, η λειτουργία των νευρώνων καταστρέφεται και ο άνθρωπος περιέρχεται σε αφασία.

Παρόλο ότι ο εγκέφαλος είναι το 2% της μάζας του ανθρώπου, χρησιμοποιεί πάνω από το 20% του οξυγόνου που παίρνει ο οργανισμός. Η κατανάλωση ενέργειας στον εγκέφαλο είναι 20 Watt, γεγονός που τον καθιστά πολύ αποδοτικό. Αντίστοιχα, ένας υπολογιστής χρειάζεται χιλιάδες Watt. Η μεγάλη αυτή απαίτηση ενέργειας οφείλεται, πρώτον, στο ότι είναι απαραίτητο να διατηρείται μια ισορροπία στις συνδέσεις των νευρώνων, η οποία διατηρείται μόνο με σταθερή ανταλλαγή χημικών ουσιών. Και δεύτερον, στο ότι ο νευρώνας έχει τεράστια επιφάνεια σχετικά με τον όγκο του. Η μεγάλη αυτή επιφάνεια έχει συνεχείς διαρροές και εισροές που πρέπει να κρατώνται σε μια ευαίσθητη χημική ισορροπία, πράγμα που απαιτεί μεγάλα ποσά ενέργειας.

Η συνδεσμολογία των νευρώνων

Οι συνδέσεις, αποκαλούμενες συνάψεις, διαμορφώνονται συνήθως από τους νευρίτες (άξονες) στους δενδρίτες, αν και δενδροειδή μικροκυκλώματα και άλλες συνδέσεις είναι δυνατά. Οι συνάψεις μπορεί να είναι είτε διεγερτικές είτε ανασταλτικές. Η σύναψη έχει πολύ περίπλοκη δομή και επιτελεί εξίσου περίπλοκες διεργασίες κατά τη μετάδοση του σήματος. Η σύναψη δημιουργείται στα σημεία που εφάπτονται οι δενδρίτες. Στο σημείο της επαφής υπάρχει ένα κενό, το συναπτικό χάσμα, το οποίο

είναι της τάξης του 0.01μm. Η μεμβράνη του πρώτου νευρώνα που στέλνει το σήμα, ονομάζεται προ-συναπτική μεμβράνη, ενώ αυτή του δεύτερου νευρώνα (δέκτη) ονομάζεται μετα-συναπτική μεμβράνη. Στην άκρη κάθε διακλάδωσης σχηματίζεται ένα μικρό προεξόγκωμα, το οποίο εκρέει χημικούς μεταβιβαστές, οι οποίοι διαπερνούν το συναπτικό χάσμα κι έτσι φτάνουν στον άλλο νευρώνα.



Εικόνα 4: Λεπτομέρεια σύναψης.

Από τα συναπτικά κυστίδια (synaptic vesicles) που βρίσκονται στην άκρη του άξονα ελευθερώνονται οι νευρομεταβιβαστές. Οι νευρομεταβιβαστές διαπερνούν το συναπτικό χάσμα κι έτσι φτάνουν στον δενδρίτη του άλλου νευρώνα. Πρόκειται για περίπλοκα μόρια, πάνω από 50 διαφορετικά είδη, τα οποία συμμετέχουν στις χημικές αντιδράσεις που γίνονται μέσα στο κύτταρο. Μερικοί νευρομεταβιβαστές είναι πολύ γνωστοί, όπως η ντοπαμίνη, η έλλειψη της οποίας προκαλεί την ασθένεια Parkinson, η σεροτονίνη και η ακετυλοχολίνη που σχετίζονται με τη μνήμη και τη μάθηση. Η έλλειψη των τελευταίων προκαλούν την ασθένεια Alzheimer. Μερικοί νευρομεταβιβαστές είναι διεγερτικοί, όπως η γλουταμίνη και η ασπαρτίνη, ενώ άλλοι είναι ανασταλτικοί, όπως η γλυκίνη.

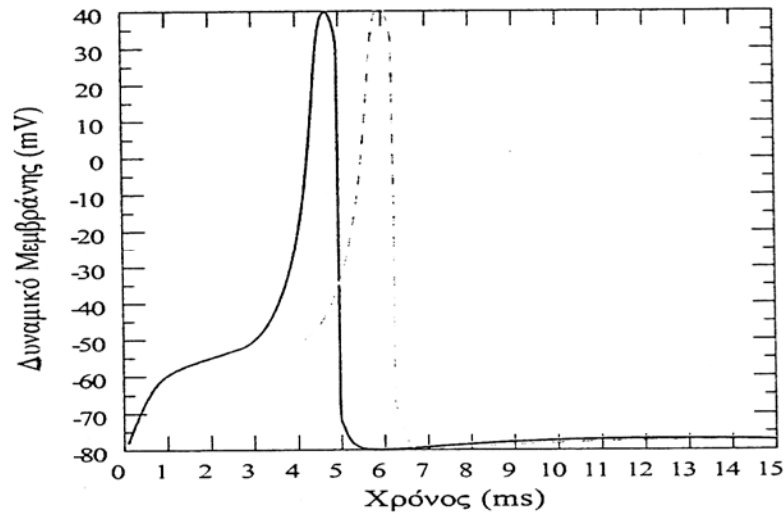
Καθώς ελευθερώνονται οι νευρομεταβιβαστές από ένα νευρώνα και φθάνουν σ' έναν άλλο μέσω της σύναψης, επηρεάζεται η μεμβράνη του αποδέκτη-νευρώνα και αλλάζει η κατάσταση του ως προς το σήμα που θα στείλει ακολούθως αυτός ο νευρώνας. Παρατηρούμε ότι η σύναψη είναι ουσιαστικά η αιτία της αλλαγής του

δυναμικού στη μετα-συναπτική μεμβράνη η οποία είναι χημικής και όχι ηλεκτρικής μορφής.

Η λειτουργία των νευρώνων

Υπάρχουν δυο δυνατές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρίσκεται ένας νευρώνας και τις ονομάζουμε ενεργό και μη-ενεργό κατάσταση. Το ότι ο νευρώνας είναι ενεργός σημαίνει ότι συμμετέχει στη διαδικασία λήψης και εκπομπής σήματος, ενώ όταν είναι μη-ενεργός είναι αδρανής. Ενδιάμεσες καταστάσεις δεν υπάρχουν. Ουσιαστικά πρόκειται για δυαδικό στοιχείο και μοιάζει στο σημείο αυτό με τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Όταν ο νευρώνας πυροδοτεί, παράγει ένα ηλεκτρικό σήμα (παλμό), το οποίο κάθε φορά έχει τα ίδια χαρακτηριστικά και είναι ίδιο για όλους. Η καταγραφή του παλμού αυτού γίνεται μέσω ενός πολύ λεπτού μικροηλεκτροδίου κοντά σ' ένα νευρώνα. Βρίσκουμε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα διατρέχει τον άξονά του και έχει διάρκεια της τάξης του msec και ένταση της τάξης μερικών mV. Το σήμα αυτό ταξιδεύει μέσα στο νευρωνικό δίκτυο από νευρώνα σε νευρώνα χωρίς να ελαττωθεί καθόλου. Ο μέγιστος ρυθμός παραγωγής των παλμών είναι περίπου 1000 παλμοί ανά sec.

Μεγάλο ενδιαφέρον έχει ο τρόπος με τον οποίο δημιουργούνται τα ηλεκτρικά σήματα, που είναι ο εξής: στη μεμβράνη του κυττάρου του νευρώνα δημιουργείται μια διαφορά δυναμικού μεταξύ της εσωτερικής και εξωτερικής της επιφάνειας, όπως ακριβώς και σε έναν πυκνωτή. Συνήθως το αρνητικό δυναμικό δημιουργείται στην εσωτερική επιφάνεια. Αυτό γίνεται εξαιτίας της παρουσίας μορίων πρωτεϊνών με αρνητικό φορτίο, τα οποία δεν μπορούν να διαπεράσουν την μεμβράνη και να βγουν έξω από το κύτταρο. Όταν το κύτταρο είναι σε ισορροπία, χωρίς να μεταδίδεται σήμα, τότε το «δυναμικό ηρεμίας» είναι περίπου -70 mV. Το δυναμικό αυτό είναι σχετικά μεγάλο καθότι το πάχος της μεμβράνης είναι μόλις 1 μικρόμετρο (μm).



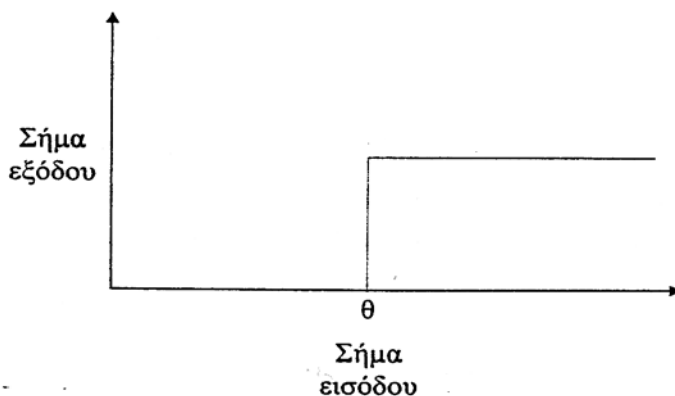
Εικόνα 5: Το δυναμικό δράσης ενός νευρώνα όπως εμφανίζεται σε ένα παλμογράφο κατόπιν κατάλληλου ερεθισμού με τη βοήθεια μικροηλεκτροδίων.

Η μεμβράνη έχει πολύ μικρές τρύπες σ' όλο το μήκος της που επιτρέπει άτομα και ιόντα να τη διαπερνούν. Τα πιο σημαντικά είναι τα ιόντα του νατρίου, χλωρίου, καλίου και ασβεστίου (Na, Cl, K, Ca). Καθένα από αυτά έχει τα δικά του κανάλια, μέσα από τα οποία διαπερνούν τη μεμβράνη. Το αξιοσημείωτο είναι ότι τα κανάλια αυτά έχουν πύλες (πόρτες) οι οποίες ανοίγουν και κλείνουν, έτσι ώστε να επιτρέπουν ή να απαγορεύουν τη ροή των ιόντων μέσω της μεμβράνης. Στα σημεία εκείνα υπάρχουν κάποια μόρια που είναι ειδικές πρωτεΐνες και δρουν σαν «αντλία» για να μεταφέρουν τα ιόντα. Τα αναγκάζουν να κινούνται αντίθετα από τη φυσική συγκέντρωση ισορροπίας, πράγμα που για να το κάνουν ξοδεύουν ενέργεια, και γι' αυτό το λόγο οι νευρώνες χρειάζονται μεγάλα ποσά ενέργειας. Η συγκέντρωση των ιόντων αυτών και ακολούθως η φυσική τους κίνηση κατά μήκος του κυττάρου δημιουργεί ένα ηλεκτρικό ρεύμα το οποίο αποτελεί το ηλεκτρικό σήμα που μεταδίδεται στο κύτταρο. Ο μηχανισμός αυτός των καναλιών στη μεμβράνη εξηγήθηκε πρώτα από τους Hodgkin και Huxley το 1952.

Το δυναμικό της μεμβράνης δημιουργεί μια πραγματική εκκένωση. Το εσωτερικό του νευρώνα στιγμιαία φορτίζεται θετικά ως προς το υπόλοιπο κύτταρο. Σταδιακά όμως επιστρέφει στην κανονική του κατάσταση, στο δυναμικό ηρεμίας. Είναι ιδιαίτερα αξιοσημείωτο ότι κατά τη διάρκεια της αποκατάστασης είναι αδύνατο ο νευρώνας να δεχθεί άλλη διέγερση, έστω κι αν πολλαπλά σήματα καταφθάσουν συγχρόνως και προσπαθήσουν να τον διεγείρουν. Η περίοδος κατά την οποία ισχύει αυτό λέγεται «περίοδος μεταστροφής» (refractory period).

Αν κάποια σήματα καταφθάσουν σε ένα νευρώνα την ίδια δεδομένη στιγμή, αθροίζονται τα ηλεκτρικά δυναμικά τους. Αν το άθροισμα των σημάτων φθάσει ή ξεπεράσει μια δεδομένη τιμή («κατώφλι»), τότε θεωρείται ότι ο νευρώνας βρίσκεται σε διεγερμένη κατάσταση και πυροδοτεί, δηλαδή στέλνει μέσω του άξονα ένα παλμό. Αν το άθροισμα όμως είναι μικρότερο από τη δεδομένη αυτή τιμή, τότε δεν συμβαίνει τίποτα. Ο νευρώνας παραμένει αδρανής. Το δυναμικό αυτό που είναι μικρότερο από το κατώφλι χάνεται. Ας συμβολίσουμε την τιμή του κατωφλίου με θ . Το εισερχόμενο σήμα μπορεί να είναι διεγερτικό ή ανασταλτικό. Στην πρώτη περίπτωση το σήμα είναι θετικό και κάνει το δυναμικό του νευρώνα να πλησιάσει το θ . Στη δεύτερη συμβαίνει το αντίθετο, δηλαδή το σήμα είναι αρνητικό και το δυναμικό του νευρώνα απομακρύνεται από το θ . Το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται από τη συνάρτηση κατωφλίου που είναι συνήθως η Heaviside ή ουδός, όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x > \theta \\ 0, & x < \theta \end{cases}$$



Εικόνα 6: Η συνάρτηση κατωφλίου Heaviside.

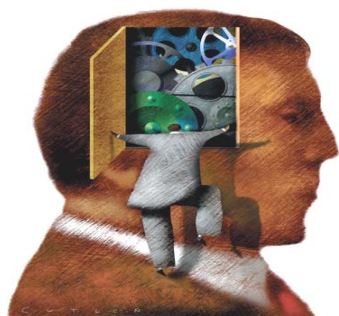
Ανάλογα με το αν το σήμα ξεπέρασε ή όχι την τιμή κατωφλίου, συνεχίζει την πορεία του προς τους άλλους νευρώνες του συστήματος, ενώ απομακρύνεται από το σώμα του συγκεκριμένου κυττάρου. Το αξιοσημείωτο είναι ότι η κατεύθυνση είναι πάντοτε η ίδια.

Κεφάλαιο 3

Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα

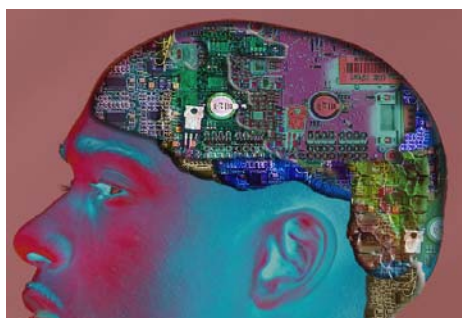
Οι ζώντες οργανισμοί έχουν τη δυνατότητα να επιτελούν περίπλοκες διεργασίες που είναι όμως χρήσιμες στην καθημερινότητά τους. Μερικές από αυτές είναι εργασίες ρουτίνας, τις οποίες ο εγκέφαλος εκτελεί με ελάχιστη ή μηδαμινή προσπάθεια, όπως η αναγνώριση μιας εικόνας ή μιας φωνής.

Το ερώτημα που προκύπτει λοιπόν είναι:



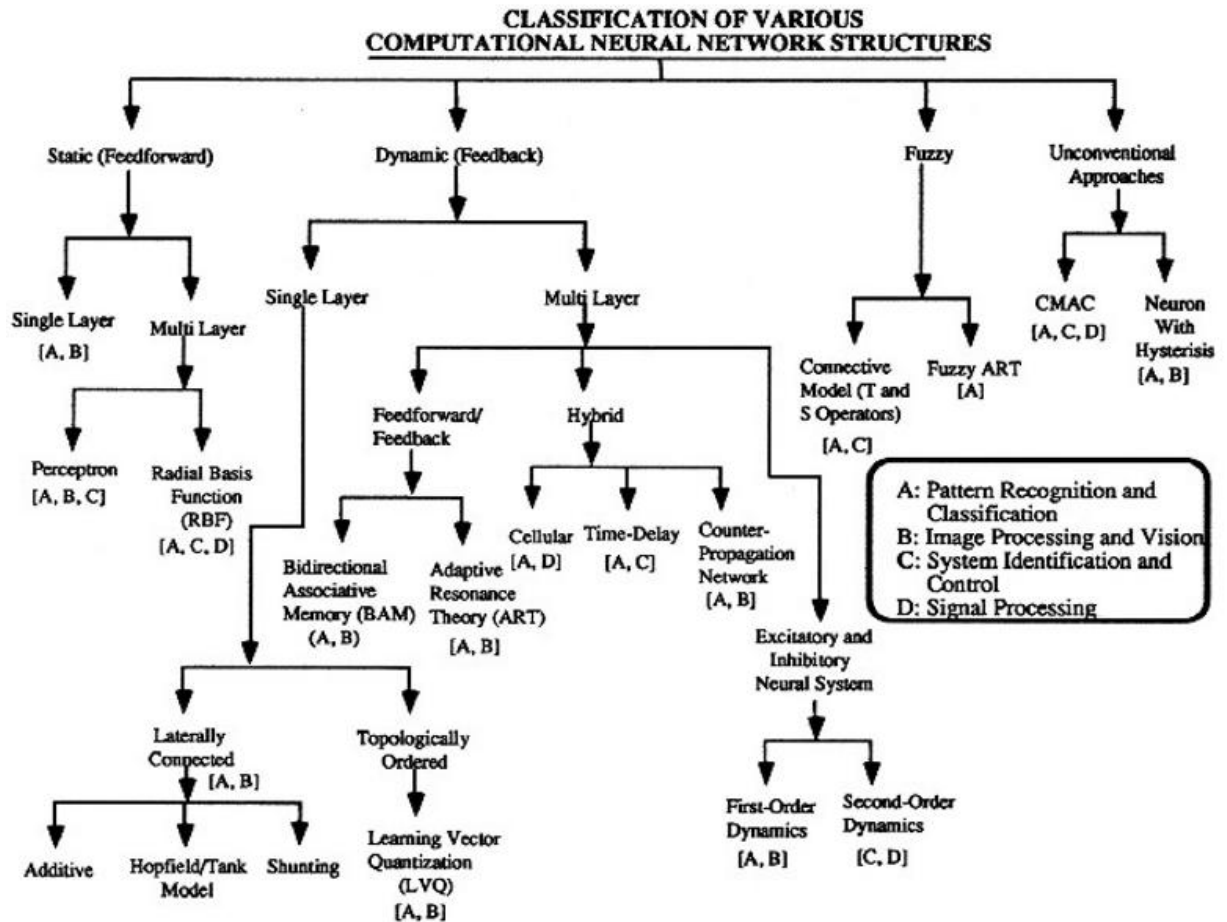
Μπορούν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές να κάνουν τις ίδιες λειτουργίες με τον ανθρώπινο εγκέφαλο;

Η απάντηση είναι η εξής: όσο εύκολα κι αν είναι κάποια πράγματα για το μυαλό ή τουλάχιστον σ' εμάς φαίνονται έτσι, οι υπολογιστές δεν μπορούν να τα κάνουν με απόλυτη επιτυχία, πράγμα το οποίο βέβαια δεν οφείλεται σε έλλειψη ταχύτητας, καθώς οι υπολογιστές είναι χιλιάδες φορές πιο γρήγοροι από το μυαλό. Ο λόγος είναι ότι η δομή των υπολογιστών είναι κατά πολύ διαφορετική από τη δομή του εγκεφάλου. Το επόμενο λογικό ερώτημα είναι :



Θα μπορούσαμε να φτιάξουμε έναν υπολογιστή με τέτοια εσωτερική δομή που να μοιάζει με τη δομή του εγκεφάλου;

Οι απόπειρες που έχουν γίνει κατά καιρούς από τους επιστήμονες για την απάντηση του παραπάνω ερωτήματος οδήγησε σταδιακά στην κατασκευή των τεχνητών νευρωνικών δικτύων, ΤΝΔ (artificial neural nets, ANN). Τα δυο αυτά είδη δικτύων διαφέρουν σημαντικά ως προς τη φύση τους, όμως λειτουργούν με τον ίδιο τρόπο ή μάλλον τα τεχνητά μιμούνται τις ιδιότητες των βιολογικών. Δηλαδή «μαθαίνουν», με την εξάσκηση και την εμπειρία, όπως ακριβώς και οι άνθρωποι, αλλά οι υπολογιστές ακολουθούν αναγκαστικά ορισμένους προκαθορισμένους κανόνες.



Εικόνα 7: Διαχωρισμός δομών νευρωνικών δικτύων κατά Gupta και Knopf.

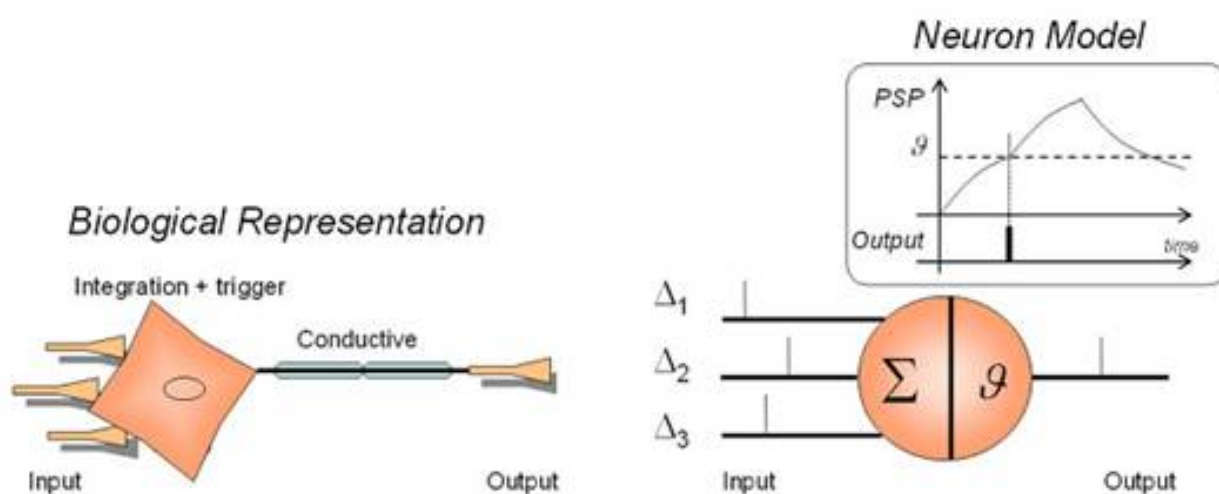
Αντιλαμβανόμαστε λοιπόν τη σημαντικότητα και τη σημασία αυτού του επιχειρήματος, δηλαδή κάτι το άψυχο να επιτελεί εργασίες που μέχρι σήμερα μόνο ο άνθρωπος μπορούσε να κάνει, είτε αυτό είναι μια μηχανή είτε ένα πρόγραμμα σε ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Ένα απλό τεχνητό νευρωνικό δίκτυο

Ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από έναν αριθμό στοιχείων, τους νευρώνες. Σε κάθε νευρώνα καταφθάνει ένας αριθμός σημάτων ως είσοδος. Ο νευρώνας έχει ορισμένες πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρεθεί η εσωτερική του δομή. Τέλος, έχει μια μόνο έξοδο, η οποία είναι συνάρτηση των σημάτων εισόδου.

Μέσα στο νευρωνικό δίκτυο και συγκεκριμένα στις συνάψεις, υπάρχει μια τιμή βάρους w , η οποία υποδηλώνει πόσο στενά είναι συνδεδεμένοι οι δυο νευρώνες που

σχετίζονται με το βάρος αυτό και η οποία επηρεάζει το διερχόμενο σήμα. Η τιμή αυτή συνήθως κυμαίνεται σε ένα συγκεκριμένο διάστημα, λ.χ. στο διάστημα από -1 ως 1, αλλά αυτό είναι αυθαίρετο και εξαρτάται από το πρόβλημα που έχουμε να λύσουμε. Το βάρος παίζει ακριβώς τον ίδιο ρόλο με αυτόν ενός χημικού δεσμού ανάμεσα στα άτομα ενός μορίου, δηλαδή μας δείχνει πόσο ισχυρά είναι συνδεδεμένα τα άτομα. Έτσι και ένα βάρος μας υποδεικνύει την αξία της συνεισφοράς του συγκεκριμένου σήματος στη διαμόρφωση της δομής του δικτύου όσον αφορά τις μονάδες που συνδέει. Όταν το w είναι μεγάλο (μικρό), τότε η συνεισφορά του σήματος είναι μεγάλη (μικρή).

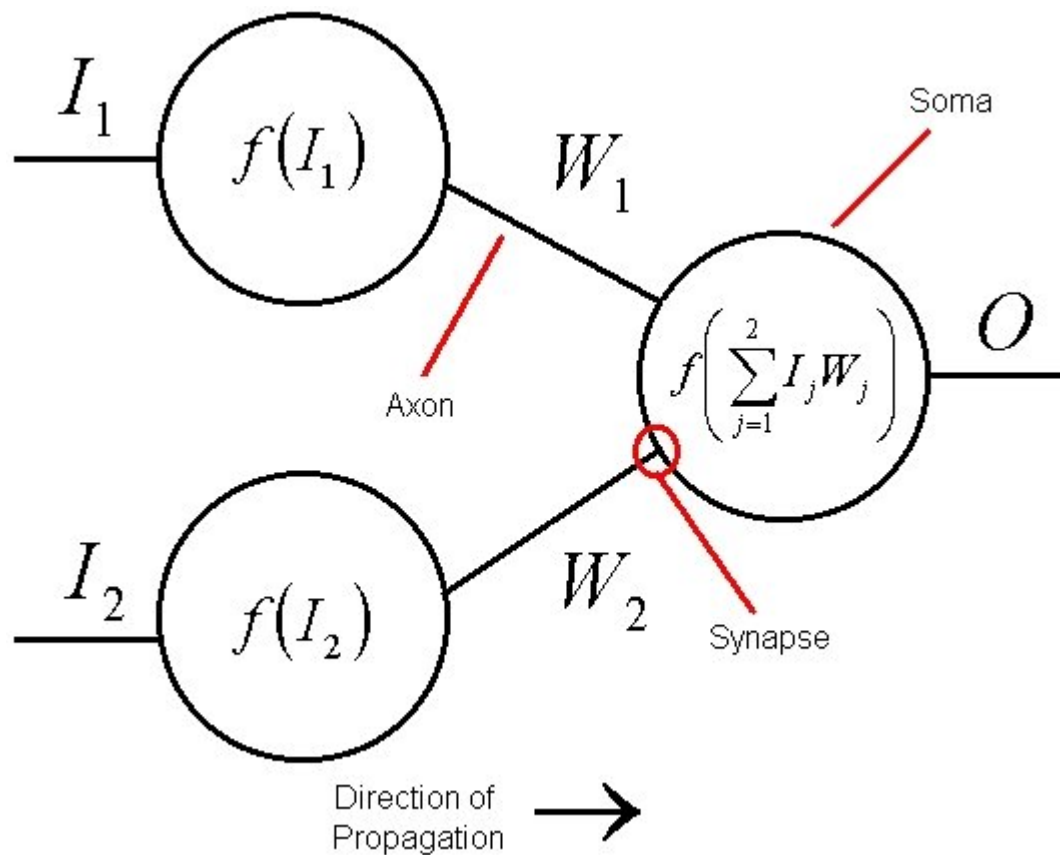


Εικόνα 8 : Αντιστοιχία βιολογικού – τεχνητού νευρώνα.

ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΤΕΧΝΗΤΟΥ ΝΕΥΡΩΝΑ

Ένας νευρώνας είναι μια μονάδα επεξεργασίας πληροφορίας, που είναι θεμελιακή για την λειτουργία ενός νευρωνικού δικτύου. Η εικόνα 9 δείχνει το μοντέλο ενός νευρώνα. Τα τρία βασικά στοιχεία αυτού του μοντέλου είναι :

1. Ένα σύνολο από συνάψεις ή συνδεδετικούς κρίκους, κάθε μια από τις οποίες χαρακτηρίζεται από ένα βάρος” ή “δύναμη”. Συγκεκριμένα, ένα σήμα I_j στην είσοδο της σύναψης j που συνδέεται στον νευρώνα k , πολλαπλασιάζεται με το συναπτικό βάρος w_{kj} . Το βάρος w_{kj} είναι θετικό αν η σύναψη είναι διεγερτική (δηλαδή ωθεί τον νευρώνα να αποκριθεί στη διέγερση) και αρνητικό αν σύναψη είναι απαγορευτική (δηλαδή αποτρέπει την νευρώνα να παράγει μια απόκριση).
2. Έναν αθροιστή για την πρόσθεση των σημάτων εισόδου, που παίρνουν βάρος από την αντίστοιχη σύναψη. Αυτές οι λειτουργίες αποτελούν το γραμμικό συνδυαστή.
3. Μια συνάρτηση ενεργοποίησης για τη μείωση του εύρους της εξόδου του νευρώνα.



Εικόνα 9: Το μαθηματικό μοντέλο ενός νευρώνα.

Το μοντέλο επίσης περιλαμβάνει ένα εξωτερικά εφαρμοζόμενο κατώφλι θ_k , που έχει επίδραση στην ελάττωση της εισόδου στην εφαρμοζόμενη συνάρτηση ενεργοποίησης, που ακολουθεί. Στην βιβλιογραφία, το κατώφλι αναφέρεται και σαν πόλωση (bias).

Η μετάδοση του σήματος μέσα στο νευρωνικό δίκτυο

Ας δούμε με περισσότερες λεπτομέρειες με ποιο τρόπο μεταδίδεται το σήμα από νευρώνα σε νευρώνα, μέσα στο νευρικό σύστημα. Ουσιαστικά γίνεται αυτό που αναφέρθηκε παραπάνω, ότι όλα τα σήματα που φθάνουν σε ένα νευρώνα αθροίζονται, υπόκεινται σε μια επεξεργασία, παράγεται ως αποτέλεσμα μια έξοδος κι αυτό είναι το σήμα που μεταδίδεται περαιτέρω στους επόμενους νευρώνες. Η

θεώρηση αυτή είναι γενική και ισχύει πάντοτε, αυτό όμως που αλλάζει είναι η διαδικασία η οποία δεν είναι πάντα η ίδια.

Υπάρχουν βασικά δυο τρόποι με τους οποίους γίνεται η μετάδοση αυτή. Ο πρώτος τρόπος είναι δυαδικός. Στην περίπτωση αυτή ένας νευρώνας μπορεί να βρεθεί σε μια από δυο ενδεχόμενες καταστάσεις: να είναι ενεργός ή αδρανής. Όταν ένας νευρώνας δέχεται διάφορα σήματα την ίδια στιγμή, τότε υπολογίζει μια ποσότητα x , η οποία πρόκειται για το άθροισμα των δεδομένων που φτάνουν σ' αυτόν, και συγκρίνει το υπολογιζόμενο αποτέλεσμα με την τιμή κατωφλίου του θ , η οποία είναι σταθερή και ορισμένη από την αρχή για αυτόν το νευρώνα. Αν η τιμή της ποσότητας είναι μεγαλύτερη από την τιμή κατωφλίου, τότε λέμε ότι ο νευρώνας ενεργοποιείται. Αν όμως είναι μικρότερη, τότε ο νευρώνας παραμένει αδρανής, δηλαδή στη δεδομένη στιγμή δεν μεταδίδει κανένα περαιτέρω σήμα στο υπόλοιπο δίκτυο. Επειδή ο νευρώνας εδώ δρα ως δυαδικό στοιχείο, η έξοδός του $f(x)$ θα είναι 1 όταν είναι ενεργοποιημένος και 0 όταν είναι αδρανής.

Ο δεύτερος τρόπος εξετάζει το ενδεχόμενο να μην υπάρχει χαρακτηριστική τιμή κατωφλίου. Σ' αυτή την περίπτωση, το εισερχόμενο σήμα x υπόκειται επεξεργασία μέσω μιας συνάρτησης η οποία αποκαλείται «συνάρτηση μεταφοράς» (transfer function) ή «συνάρτηση ενεργοποίησης» (activation function). Ένα παράδειγμα μορφής της συνάρτησης αυτής είναι το εξής:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Η συνάρτηση λέγεται σιγμοειδής συνάρτηση λόγω της μορφής της γραφικής της παράστασης. Θα δούμε αργότερα κι άλλες μορφές της $f(x)$. Ένα κοινό χαρακτηριστικό αυτών των συναρτήσεων είναι ότι πρέπει να είναι πάντοτε μη-γραμμικές. Δεν αρκούν οι γραμμικές συναρτήσεις γιατί τότε η έξοδος θα είναι ευθέως ανάλογη με την είσοδο, κάτι που δεν μπορεί να συμβεί στα νευρωνικά δίκτυα.

Πώς εκπαιδεύουμε ένα νευρωνικό δίκτυο

Ο πρωταρχικός σκοπός της ενασχόλησης μας με τα νευρωνικά δίκτυα είναι να βρούμε τρόπους ώστε να λύνουν συγκεκριμένα προβλήματα ή να επιτελούν ορισμένες διεργασίες, όπως να αναγνωρίζουν εικόνες. Όπως όμως πρέπει να εκπαιδεύσουμε ένα παιδί για να αποκτήσει γνώσεις και να αναπτύξει κάποιες ικανότητες, έτσι λέμε ότι

και το νευρωνικό δίκτυο προηγουμένως πρέπει να «μάθει». Τι ακριβώς όμως σημαίνει αυτό;

Στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (ΤΝΔ), οι λεγόμενες είσοδοι και έξοδοι (inputs-outputs) σημαίνουν κάποια σήματα τα οποία έχουν αριθμητικές τιμές, λ.χ. θα μπορούσαν να είναι δυαδικοί αριθμοί αποτελούμενοι από 0 και 1. Οι αριθμοί αυτοί που δίνονται στην είσοδο του δικτύου ορίζουν κάποιο πρότυπο το οποίο θα χρησιμοποιήσει το δίκτυο για την εκπαίδευσή του. Για ένα πρόβλημα μπορεί να απαιτούνται πολλά πρότυπα. Σε κάθε πρότυπο αντιστοιχεί και μια σωστή απάντηση, η οποία είναι το σήμα που πρέπει να πάρουμε στην έξοδο ή αλλιώς ο στόχος. Η εκπαίδευση γίνεται με το να παρουσιάσουμε μια ομάδα από τέτοια πρότυπα στο δίκτυο, αντιπροσωπευτικά ή παρόμοια μ' αυτά που θέλουμε να μάθει το δίκτυο. Αυτό σημαίνει ότι δίνουμε στο δίκτυο ως εισόδους κάποια πρότυπα για τα οποία ξέρουμε ποια πρέπει να είναι η έξοδος, ο στόχος. Ουσιαστικά είναι σαν να δίνουμε στο δίκτυο μια ερώτηση και ακολούθως να του δίνουμε την απάντηση.

Το δίκτυο χρησιμοποιεί την κατάλληλη συνάρτηση μεταφοράς $f(x)$, για να μεταδίδει το σήμα σε όλη τη δομή του, από την είσοδο ως την έξοδο. Εκείνο όμως που μπορεί να αλλάξει κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης είναι οι τιμές των βαρών w στις συνδέσεις των νευρώνων. Αυτό δεν γίνεται πάντα με τον ίδιο τρόπο, αλλά εξαρτάται από τη μέθοδο που χρησιμοποιούμε. Το δίκτυο έχοντας υπόψη του τα δεδομένα των προτύπων τροποποιεί την εσωτερική του δομή ώστε να μπορεί να προσεγγίσει αριθμητικά την έξοδο που του δώσαμε εμείς σαν στόχο. Αρχικά ξεκινά με τυχαίες τιμές στα βάρη w , κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης όμως μεταβάλλει τις τιμές αυτές, μέχρι να πετύχει το μικρότερο δυνατό σφάλμα ως προς το αποτέλεσμα που περιμένουμε από αυτό. Αυτό του δίνει το πλεονέκτημα, αφού βρει τη σωστή εσωτερική δομή του, να μπορεί να λύνει ανάλογα προβλήματα, τα οποία δεν έχει δει προηγουμένως. Έχοντας δηλαδή σαν δεδομένο την είσοδο, να υπολογίζει απευθείας την έξοδο. Οποσδήποτε όμως τα προβλήματα αυτά θα πρέπει να είναι της ίδιας φύσης και των ίδιων χαρακτηριστικών όπως αυτά της εκπαίδευσης και όχι διαφορετικά. Ως σκέψη λοιπόν, μια τέτοια διαδικασία είναι πολύ φιλόδοξη.

Γενικά μπορούμε να πούμε ότι κατά την εκπαίδευση ενός ΤΝΔ οι αλλαγές στα βάρη γίνονται με έναν από τους παρακάτω τρόπους:

- με εποπτευόμενο τρόπο
- με μη-εποπτευόμενο τρόπο (ή αυτό-εποπτευόμενο)

Η διαφορετικότητα των δυο παραπάνω έγκειται στο κατά πόσο επεμβαίνει ο ανθρώπινος παράγοντας. Η εποπτευόμενη μάθηση είναι και η πιο συχνή. Η διαδικασία που ακολουθούμε είναι ίδια. Αρχικά δίνουμε τις τιμές των εισόδων και εξόδων που πρέπει να μάθει το δίκτυο, δηλαδή παρουσιάζουμε τα πρότυπα, ξεκινώντας με τυχαίες τιμές στα βάρη w . Κατά τη διαδικασία εκπαίδευσης το ΤΝΔ διορθώνει τις τιμές αυτές ανάλογα με το σφάλμα (διαφορά εξόδου από στόχο). Σκοπός μας είναι τελικά να ελαχιστοποιήσουμε το σφάλμα μετά από διαδοχικές αλλαγές των βαρών (ανακυκλώσεις διορθώσεων). Μερικές φορές η διαδικασία αυτή μπορεί να απαιτεί μεγάλο πλήθος τέτοιων διορθώσεων και, επομένως, μεγάλους υπολογιστικούς χρόνους.

Στη μη-εποπτευόμενη εκπαίδευση, απλώς δίνουμε την πληροφορία στο δίκτυο, αλλά δεν δίνουμε αντίστοιχους στόχους όπως προηγουμένως κι έτσι δεν γίνεται κανένας έλεγχος ή σύγκριση για την πορεία του σφάλματος. Το δίκτυο δεν χρησιμοποιεί κάποια εξωτερική παράμετρο για την αλλαγή των βαρών. Τα πράγματα βέβαια δεν αφήνονται στην τύχη, υπάρχει συγκεκριμένη διαδικασία που ακολουθείται και καταλήγει σε εκπαίδευση του δικτύου. Το δίκτυο χρησιμοποιεί έναν εσωτερικό έλεγχο, ψάχνει να βρει κάποιες τάσεις ή κανονικότητα στα σήματα εισόδου και προσπαθεί ώστε οι έξοδοι να έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά όπως και οι είσοδοι. Λέμε ότι έτσι έχουμε αυτο-εποπτευόμενη εκπαίδευση επειδή το δίκτυο ελέγχει τον εαυτό του και διορθώνει τα σφάλματα στα δεδομένα με ένα μηχανισμό ανάδρασης (feedback). Ο τρόπος αυτός δεν συναντάται τόσο συχνά όσο ο πρώτος, αλλά είναι πολύ χρήσιμος σε ορισμένες καταστάσεις που δεν υπάρχουν δεδομένα στο πρόβλημα.

Σε όλες τις περιπτώσεις, αντιλαμβανόμαστε τη λήξη της διαδικασίας εκπαίδευσης όταν το ΤΝΔ σταματά να αλλάζει τις τιμές των βαρών. Αυτό συμβαίνει επειδή το σφάλμα στην έξοδο τείνει στο 0.

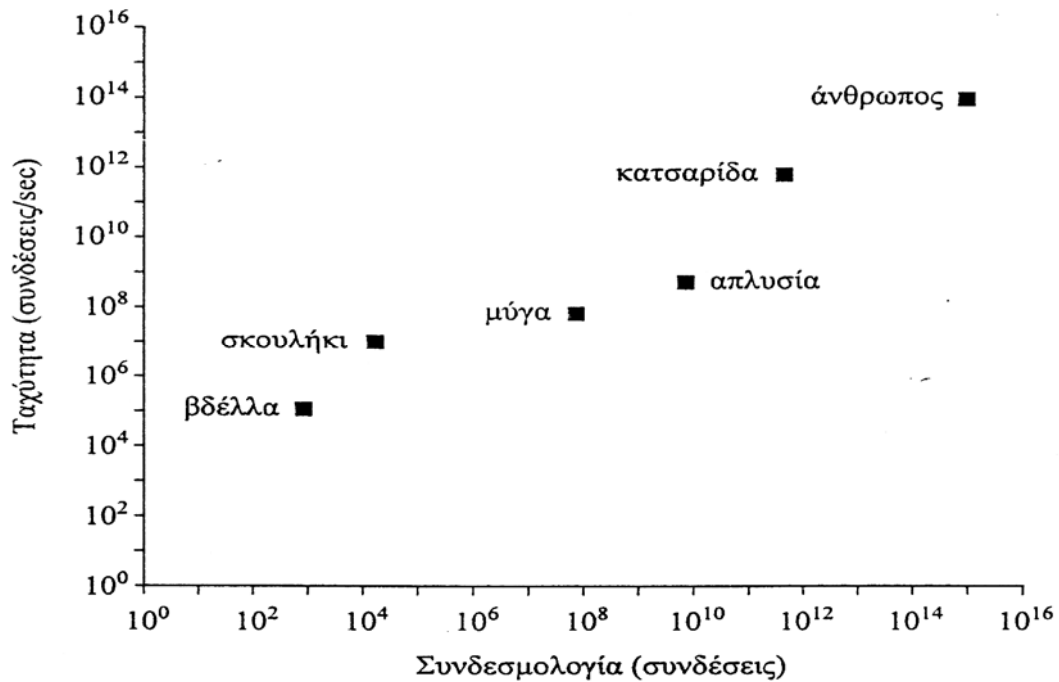
Σύγκριση βιολογικών και τεχνητών νευρωνικών δικτύων

Είναι λογικό να υπερτερούν σε πρώτη φάση τα βιολογικά ΝΔ ως προς τον αριθμό των μονάδων των νευρώνων και τις συνδέσεις τους. Ως τάξη μεγέθους είναι πολύ μεγαλύτεροι από τους αριθμούς μονάδων που μπορεί να χειριστεί εύκολα σήμερα ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής και μάλλον πλησιάζει το ανάλογο των ατόμων / μορίων στην ύλη (αριθμός Avogadro). Είναι λογικό να είναι έτσι τα πράγματα αν λάβουμε υπόψη μας την πολυπλοκότητα του ανθρώπινου νου και όλες τις διεργασίες που επιτελεί. Τα ΤΝΔ οπωσδήποτε απέχουν πολύ από το σημείο να μπορούν να

κάνουν πράγματα που ακόμα κι ο εγκέφαλος ενός παιδιού επιτελεί με μεγάλη ευκολία. Ένα ΤΝΔ μπορεί να έχει μερικές εκατοντάδες ή χιλιάδες νευρώνες, αλλά όχι την τάξη μεγέθους που έχει ο ανθρώπινος εγκέφαλος. Από την άλλη πλευρά, τα ΤΝΔ μπορούν να λύσουν δύσκολα προβλήματα για τα οποία ίσως να μην υπάρχουν συγκεκριμένοι μαθηματικοί τύποι, όπως η αναγνώριση συστήματος, η πρόβλεψη κ.α.

Επιπλέον, υπάρχουν πολλές άλλες διαφορές, όπως στο ότι οι συνάψεις στα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα είναι πολύ περίπλοκες, ενώ στα ΤΝΔ είναι απλές. Η συνδεσμολογία, που αφορά τον τρόπο και τον αριθμό των συνδέσεων, είναι επίσης πολύ πιο περίπλοκη στα πρώτα. Αυτή η διαφορά είναι μάλλον η πιο σημαντική στα δυο είδη. Ως προς την ταχύτητα όμως οι υπολογιστές έχουν το πλεονέκτημα σε σχέση με την ταχύτητα διάδοσης του σήματος στους νευρώνες. Παρόλα αυτά, η διαφορά στην ταχύτητα δεν αρκεί για να καλύψει τη διαφορά στην πολυπλοκότητα.

Στην εικόνα που ακολουθεί βλέπουμε μερικούς οργανισμούς, σχετικά με τον ολικό αριθμό των συνάψεων των νευρώνων (άξονας x) ως προς την ταχύτητα με την οποία μπορούν να αλλάξουν (άξονας y). Τα ΤΝΔ έχουν μόλις ξεπεράσει το σκουλήκι, προσπαθούν να φτάσουν τη μύγα αλλά υπολείπονται κατά πολύ του ανθρώπινου εγκέφαλου. Ενώ ο ανθρώπινος εγκέφαλος μαθαίνει και καταλαβαίνει πολύ γρήγορα, η μάθηση στο ΤΝΔ παίρνει πολύ χρόνο ακόμα και στον πιο γρήγορο ηλεκτρονικό υπολογιστή. Τέλος, ο εγκέφαλος μπορεί να κάνει σύγχρονη ή ασύγχρονη ενημέρωση των μονάδων του (δηλαδή σε συνεχή χρόνο), ενώ το ΤΝΔ κάνει μόνο σύγχρονη ενημέρωση (δηλαδή σε διακριτό χρόνο).



Εικόνα 10 : Διάγραμμα της ταχύτητας με την οποία μπορούν να γίνουν οι αλλαγές ως προς τον ολικό αριθμό συνάψεων σε διάφορους οργανισμούς. Εδώ η ταχύτητα υπονοεί το πόσο γρήγορα μπορούν να γίνουν οι υπολογισμοί.

Στοιχεία της Θεωρίας Μάθησης

Ανάμεσα στις πολλές ενδιαφέρουσες ιδιότητες ενός νευρωνικού δικτύου αυτή με τη μεγαλύτερη σπουδαιότητα είναι η ικανότητα του να μαθαίνει από το περιβάλλον του και έτσι να βελτιώνει την απόδοσή του μέσω της μάθησης. Η βελτίωση αυτή γίνεται σταδιακά, με το χρόνο, σύμφωνα με κάποιο καθορισμένο μέτρο. Η μάθηση επιτυγχάνεται μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας ρυθμίσεων της τιμής των συναπτικών βαρών και των κατωφλίων. Θεωρητικά, το δίκτυο αποκτά περισσότερη γνώση για το περιβάλλον του μετά από κάθε επανάληψη της διαδικασίας μάθησης.

Για να ορίσουμε μια έννοια όπως αυτή της μάθησης εξαρτάται από ποια σκοπιά θα την εξετάσουμε. Εμείς με σημείο αναφοράς τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούμε τον ορισμό των Mendel και McClaren (1970):

Μάθηση είναι μια διαδικασία με την οποία προσαρμόζονται οι ελεύθερες παράμετροι ενός νευρωνικού δικτύου μέσω μίας συνεχούς διαδικασίας διέγερσης από το περιβάλλον στο οποίο βρίσκεται το δίκτυο. Το είδος της μάθησης καθορίζεται από τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιούνται οι αλλαγές των παραμέτρων.

Ο παραπάνω ορισμός της διαδικασίας μάθησης υπονοεί την ακόλουθη σειρά βημάτων:

- Το νευρωνικό δίκτυο "διεγείρεται" από ένα περιβάλλον.
- Το νευρωνικό δίκτυο υφίσταται αλλαγές σαν συνέπεια αυτής της διέγερσης.
- Το νευρωνικό δίκτυο "απαντά" με ένα καινούργιο τρόπο στο περιβάλλον, λόγω των αλλαγών που συνέβησαν στην εσωτερική του δομή.

Πιο συγκεκριμένα ας αναλύσουμε την παραπάνω περιγραφή με ένα παράδειγμα. Θεωρούμε ένα ζεύγος κομβικά σήματα x_j και u_k που συνδέονται με βάρος σύνδεσης w_{kj} . Το x_j αναπαριστά την είσοδο του νευρώνα j , ενώ το u_k την εσωτερική λειτουργία του νευρώνα k . Με βάση το βάρος σύνδεσης w_{kj} , τα σήματα x_j και u_k αναφέρονται συχνά σαν προσυναπτική και μετασυναπτική λειτουργία αντίστοιχα. Ας συμβολίσουμε με $w_{kj}(n)$ την τιμή του βάρους σύνδεσης w_{kj} την χρονική στιγμή n . Τη χρονική αυτή στιγμή γίνεται μια ρύθμιση (διόρθωση) $\Delta w_{kj}(n)$ στο βάρος $w_{kj}(n)$ και παράγεται η νέα ενημερωμένη τιμή $w_{kj}(n+1)$. Έτσι προκύπτει η εξίσωση :

$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \Delta w_{kj}(n)$$

όπου $w_{kj}(n)$ και $w_{kj}(n+1)$ η παλιά και η νέα τιμή του βάρους σύνδεσης w_{kj} , αντίστοιχα. Η εξίσωση αυτή συγκεντρώνει την συνολική επίδραση των βημάτων 1 και 2 που προκύπτουν από τον ορισμό της διαδικασίας μάθησης και αναφέρθηκαν παραπάνω. Πιο συγκεκριμένα η ρύθμιση $\Delta w_{kj}(n)$ υπολογίζεται σαν αποτέλεσμα της διέγερσης από το περιβάλλον (βήμα 1) και η ενημερωμένη τιμή $w_{kj}(n+1)$ εκφράζει την αλλαγή που συνέβη στο δίκτυο σαν αποτέλεσμα αυτής της διέγερσης (βήμα 2). Το βήμα 3 πραγματοποιείται όταν υπολογίζεται η απάντηση του νέου δικτύου που λειτουργεί με το ενημερωμένο σύνολο παραμέτρων $\{w_{kj}(n+1)\}$.

Ένα καθορισμένο σύνολο από καλά ορισμένους κανόνες για τη λύση ενός προβλήματος μάθησης καλείται αλγόριθμος μάθησης (learning algorithm). Όπως είναι φανερό, δεν υπάρχει ένας μοναδικός τέτοιος αλγόριθμος για το σχεδιασμό νευρωνικών δικτύων. Αντίθετα, υπάρχει ένα σύνολο από εργαλεία που αναπαρίστανται από μια μεγάλη ποικιλία αλγορίθμων μάθησης, καθένας από τους οποίους έχει τα δικά του πλεονεκτήματα. Βασικά, οι αλγόριθμοι διαφέρουν μεταξύ τους στον τρόπο που εκφράζεται η ρύθμιση Δw_{kj} στο βάρος σύνδεσης w_{kj} . Ένας ακόμη παράγοντας που πρέπει να εξετάσουμε είναι ο τρόπος που το νευρωνικό δίκτυο σχετίζεται με το περιβάλλον. Στη συνέχεια όταν αναφερόμαστε σε ένα

παράδειγμα μάθησης (learning paradigm) θα εννοούμε το μοντέλο του περιβάλλοντος στο οποίο λειτουργεί το δίκτυο.

Οι συνάψεις είναι οι βασικές δομικές και λειτουργικές μονάδες που μεσολαβούν στην ενδοεπικοινωνία των νευρώνων, όπως φαίνεται στην εικόνα 9 που δείχνει τη βασική δομή ενός νευρώνα. Άρα:

Ένα νευρωνικό δίκτυο είναι ένας συμπαγής παράλληλος κατανεμημένος επεξεργαστής, που έχει τη φυσική κλίση να αποθηκεύει εμπειριστατωμένη γνώση και να την κάνει διαθέσιμη για χρήση.

Ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο μοιάζει με τον εγκέφαλο στα εξής:

- Η γνώση αποκτάται από το δίκτυο μέσα από διαδικασία μάθησης.
- Οι δυνάμεις σύνδεσης των νευρώνων, γνωστές σαν συναπτικά (synaptic) βάρη, χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση γνώσης.

Η διαδικασία για την εκμάθηση ονομάζεται “αλγόριθμος μάθησης”. Ο καθορισμός του τρόπου μεταβολής των συναπτικών (synaptic) βαρών, αποτελεί την παραδοσιακή μέθοδο για το σχεδιασμό των νευρωνικών δικτύων.

Κεφάλαιο 4

Η χρήση των νευρωνικών δικτύων στον Προσαρμοστικό Έλεγχο

Κατά τη διάρκεια της τελευταίας δεκαετίας, σημαντική πρόοδος επετεύχθη στο σχεδιασμό αρχιτεκτονικών ελέγχου νευρωνικών δικτύων, που είναι σε θέση να εγγυηθούν αναλυτικά ιδιότητες σταθεροποιησιμότητας κλειστού βρόγχου, για τα συστήματα που ενσωματώνουν σύνθετες και ενδεχομένως άγνωστες μη γραμμικότητες.

Πρώτοι στην εφαρμογή των νευρωνικών δικτύων σε μοντελοποίηση δυναμικών συστημάτων ήταν οι Narendra και Parthasarathy στο [1]. Σύνδεση μεταξύ νευρωνικού και προσαρμοστικού ελέγχου αποκαλύφθηκε προς το τέλος της δεκαετίας του '80 και νωρίς η δεκαετία του '90, όταν διάφοροι ερευνητές δικαιολόγησαν αυστηρά τις προσεγγιστικές ικανότητες των δομών νευρωνικών δικτύων [2] – [4].

Εκμεταλλευμένοι το γεγονός ότι είναι καθολικοί προσεγγιστές (universal approximators), μπορούμε να αντικαταστήσουμε απευθείας άγνωστες μη γραμμικότητες συστημάτων με ένα μοντέλο νευρωνικού δικτύου, που είναι γνωστής δομής αλλά περιέχει διάφορες άγνωστες παραμέτρους (συναπτικά βάρη), συν έναν όρο σφάλματος μοντελοποίησης (modelling error term). Ανάλογα με το μοντέλο νευρωνικού δικτύου που χρησιμοποιείται, τα βάρη του μπορεί να εμφανιστούν γραμμικά ή μη γραμμικά ως προς τις μη γραμμικότητες του δικτύου, οπότε το αρχικό πρόβλημα μετασχηματίζεται σε ένα πρόβλημα μη γραμμικού εύρωστου προσαρμοστικού ελέγχου (nonlinear robust adaptive control problem).

Η θεωρία σταθεροποιησιμότητας του Lyapunov έχει χρησιμοποιηθεί μέσα στα νευρωνικά δίκτυα για τη βιβλιογραφία ελέγχου από την αρχή της δεκαετίας του '90 [9] – [27], σε μία προσπάθεια για να εισαγάγει την εγγυημένη απόδοση συστημάτων κλειστού βρόγχου (guaranteed closed-loop system performance). Μολονότι ακόμη υπάρχει μια γενική τάση να διευρυνθεί η κλάση μη γραμμικών συστημάτων για τα οποία οι προαναφερθείσες εργασίες μπορούν να εφαρμοστούν, αποτελέσματα για τη σταθεροποιησιμότητα, σύγκλιση σε αυθαίρετα μικρά σύνολα και ευρωστία στις ατέλειες μοντελοποίησης και τις εξωτερικές διαταραχές από το σύστημα κλειστού βρόγχου, έχει καθιερωθεί.

Παρά την προφανή πρόοδο, ένα σημαντικό ζήτημα που αφήνεται ουσιαστικά ανοικτό, είναι η ευρωστοποίηση (robustification) των συστημάτων νευρωνικού ελέγχου

παρουσία αμοντελοποίητης δυναμικής. Το πρόβλημα έχει ισχυρά θεωρητική όπως και πρακτική σημασία και προκύπτει από τη δυσκολία επιλογής της σωστής σειράς μοντέλου στην πλειοψηφία των φυσικών συστημάτων εξ' αιτίας της πολυπλοκότητάς τους.

Ο έλεγχος των μη γραμμικών συστημάτων με αμοντελοποίητες δυναμικές έχει τραβήξει ιδιαίτερη προσοχή πρόσφατα, που στοχεύει σε έναν επανασχεδιασμό του ονομαστικού συστήματος ελέγχου για να εξασφαλίσει ευρωστία ενάντια στις "αγνοημένες" δυναμικές συστημάτων. Η περίπτωση γραμμικών συστημάτων με αμοντελοποίητη δυναμική έχει μελετηθεί στα [28] και [29]. Επέκταση στη μη γραμμική περίπτωση παρέχθηκε στα [30] – [32], εκμεταλλευμένο μία μη-γραμμική συνθήκη μικρού κέρδους (nonlinear small gain condition), καθώς επίσης και στα [33] – [35] χρησιμοποιώντας μια υπόθεση αυστηρής παθητικότητας (strict passivity assumption). Σταθεροποιησιμότητα του υποσυστήματος αμοντελοποίητης δυναμικής με την *a priori* γνώση για το περιθώριο σταθεροποιησιμότητάς του (stability margin) απαιτείται στο [36], το οποίο περαιτέρω "χαλαρώνει" στο [37] σε δυναμική "αγνοημένης" εισόδου ελάχιστης φάσης και σχετικού βαθμού μηδέν (minimum phase and relative degree zero "ignored" input dynamics). Στη βιβλιογραφία νευρωνικών δικτύων, μερικά προκαταρκτικά αποτελέσματα του προκειμένου ζητήματος παρέχθηκαν στα [20] και [21]. Στο [20], η αμοντελοποίητη δυναμική περιορίστηκε στα πλαίσια των μονοδιάστατων διαταραχών, ενώ στο [21] έγιναν κάποιες αυστηρές δομικές υποθέσεις.

Στην παρούσα εργασία, υιοθετούμε μία πρόσφατα αναπτυγμένη αρχιτεκτονική ελέγχου νευρωνικών δικτύων πολλών εισόδων – πολλών εξόδων (multi-input – multi-output, MIMO) [26], [27] ως αρχικό ελεγκτή για αφηνικά στον έλεγχο μη γραμμικά δυναμικά συστήματα με άγνωστες μη γραμμικότητες (affine in the control nonlinear dynamical systems with unknown nonlinearities) και τον επανασχεδιάζουμε ώστε να είναι εύρωστος ενάντια σε αμοντελοποίητες δυναμικές που καταστρέφουν την αφηνική δομή του αρχικού συστήματος. Ο προκύπτων ελεγκτής εγγυάται ότι η έξοδος του συστήματος παραμένει ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη (uniform ultimate bounded) ως προς ένα συμπαγές σύνολο γύρω από την προέλευση, το οποίο μπορεί να είναι αυθαίρετα μικρό. Περαιτέρω, όλα τα άλλα σήματα του κλειστού βρόγχου παραμένουν ομοιόμορφα φραγμένα. Όλα αυτά επιτυγχάνονται χωρίς την μέτρηση της κατάστασης της αμοντελοποίητης δυναμικής. Για το υποσύστημα αμοντελοποίητης δυναμικής

κάνουμε την υπόθεση ότι είναι πρακτικά σταθερό από είσοδο σε έξοδο (Input to Output practically Stable, IOpS).

Εντούτοις, καμία προγενέστερη γνώση σχετικά με οποιαδήποτε φραγμένη συνάρτηση δεν απαιτείται. Επιπλέον, η κατάσταση της αμοντελοποίητης δυναμικής επιτρέπεται να τείνει στο άπειρο, υπό τον όρο ότι η κατάσταση του αρχικού συστήματος ή/και η είσοδος ελέγχου (nominal system state and/or the control input) επίσης τείνουν στο άπειρο.

Ο αρχικός ελεγκτής μπορεί να εφαρμοστεί στην αρκετά γενική κατηγορία αρχικών μη γραμμικών συστημάτων (εκείνων που είναι αφηνικά στην είσοδο ελέγχου), που περιλαμβάνει ως ειδικές περιπτώσεις δημοφιλείς μη γραμμικές δομές συστημάτων, όπως η καθαρή ανατροφοδότηση και η αυστηρή ανατροφοδότηση (pure-feedback and strict-feedback), υπό την προϋπόθεση ότι είναι σταθεροποιήσιμες. Η στρατηγική επανεκκίνησης (resetting strategy) με την οποία ο ελεγκτής είναι εξοπλισμένος παρακάμπτει το πρόβλημα της πιθανής διαίρεσης με το μηδέν, το οποίο μπορεί να εμφανιστεί δεδομένου ότι θεωρούμε άγνωστους διανυσματικούς τομείς με άγνωστα πρόσημα. Η ανάλυση σταθεροποιησιμότητας εξαρτάται έντονα από την ύπαρξη μιας συνάρτησης Lyapunov για το αρχικό σύστημα που προκύπτει ουσιαστικά από την υπόθεση σταθεροποιησιμότητας. Εντούτοις, καμία *a priori* πληροφορία δεν απαιτείται για τη δομή της ή για τις μερικές παραγώγους της.

Θεωρητικό Υπόβαθρο

Αρχικά ανακαλούμε για διευκόλυνση κάποιους ορισμούς και προκαταρκτικά αποτελέσματα, τα οποία είναι απαραίτητα για να καταστήσουμε εύρωστο τον προτεινόμενο ελεγκτή νευρωνικού δικτύου.

Μία συνάρτηση $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ καλείται *θετικώς ορισμένη*, εάν η $V(x)$ είναι θετική για όλα τα x διάφορα του μηδενός και είναι μηδέν για $x = 0$.

Μία συνάρτηση $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ καλείται *κανονικά ή ακτινοειδώς μη φραγμένη*, εάν η $V(x)$ τείνει στο $+\infty$, όταν το $|x| \rightarrow +\infty$.

Εάν Ω_1, Ω_2 είναι δύο υποσύνολα του \mathbb{R}^n και $\Omega_2 \subset \Omega_1$, τότε το Ω_1 / Ω_2 υποδηλώνει το σύνολο όλων των $x \in \Omega_1$ που ικανοποιούν $x \notin \Omega_2$.

Μία συνάρτηση $\gamma: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ είναι *κλάσης K* εάν είναι συνεχής, αυστηρά αύξουσα και μηδέν στο μηδέν.

Μία συνάρτηση $\gamma: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ είναι *κλάσης K_∞* εάν η $\gamma \in K$ και είναι και κανονική.

Μία συνάρτηση *κλάσης KL* , $\beta: \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ έχει την ιδιότητα για κάθε φixαρισμένο t , η συνάρτηση $\beta(\cdot, t) \in K$ και για κάθε s , το $\lim_{s \rightarrow \infty} \beta(s, \cdot) = 0$.

Με $|\cdot|$ υποδηλώνουμε την συνήθη Ευκλείδεια νόρμα ενός διανύσματος. Στην περίπτωση που η έξοδος y είναι βαθμωτό μέγεθος, το $|y|$ υποδηλώνει την απόλυτη τιμή της.

Εάν A είναι ένας πίνακας, τότε με $\|A\|$ συμβολίζουμε την νόρμα Frobenious που ορίζεται ως $\|A\|^2 = \sum_{ij} |a_{ij}|^2 = \text{tr}\{A^T A\}$, όπου $\text{tr}\{\cdot\}$ το ίχνος του πίνακα.

Για συναρτήσεις του χρόνου ορίζουμε την νόρμα L_p ως εξής:

$$\|x\|_p = \left(\int_0^\infty |x(\tau)|^p d\tau \right)^{\frac{1}{p}}, \quad p \in [1, \infty).$$

Θα λέμε ότι $x \in L_p$ όταν υπάρχει η $\|x\|_p$, δηλαδή είναι πεπερασμένη. Η L_∞ νόρμα του $x(t)$ ορίζεται ως η μέγιστη τιμή της $|x(t)|$:

$$\|x\|_{\infty} = \sup_{t \geq 0} |x(t)|$$

Θα λέμε ότι $x \in L_{\infty}$, όταν η $\|x\|_{\infty}$ υπάρχει.

Λήμμα του Barbalat: Εάν $f, \dot{f} \in L_{\infty}$ και $f \in L_p$ για κάποιο $p \in [1, \infty)$, τότε $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$.

Θεώρημα ευστάθειας του Lyapunov: Έστω ένα σύστημα της μορφής $\dot{x} = f(t, x)$ με κατάσταση ισορροπίας x^* . Υποθέτουμε ότι υπάρχει θετικά ορισμένη συνάρτηση $V(t, x) : \mathbb{R}_+ \times B_r \rightarrow \mathbb{R}$ για κάποιο $r > 0$, η οποία διαθέτει συνεχείς μερικές παραγώγους πρώτης τάξης ως προς τα t, x και $V(t, 0) = 0, \forall t \geq 0$. Τότε, εάν $\dot{V} \leq 0$, η κατάσταση ισορροπίας x^* είναι ευσταθής.

Όποτε χρησιμοποιείται, η **συνάρτηση πρόσημο** ορίζεται ως

$$\text{sgn}(z) = \begin{cases} 1, & \text{if } z > 0 \\ 0, & \text{if } z = 0 \\ -1, & \text{if } z < 0 \end{cases}$$

Για το σύστημα

$$\dot{x} = F(x, u) \tag{4.1}$$

με x η κατάσταση (state) και u η είσοδος ελέγχου (control input), όπου $F(\cdot, \cdot)$ είναι συνεχώς παραγωγίσιμη ως προς όλες τις τίς παραμέτρους, θυμόμαστε από [38] τον ακόλουθο ορισμό:

Ορισμός 1: Η λύση του (4.1) καλείται *ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη (uniformly ultimately bounded)*, εάν υπάρχουν σταθερές b, c και $\forall \alpha \in (0, c), \exists T(\alpha) \in \mathbb{R}$:

$|x(t_0)| < \alpha \Rightarrow |x(t)| < b, \forall t \geq t_0 + T$. Θα καλείται *καθολικά ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη* (*globally uniformly ultimately bounded*), εάν το παραπάνω ισχύει για αυθαίρετα μεγάλο α .

Για αυτά που ακολουθούν, χρησιμοποιούμε κάποιους ορισμούς που πρωτοεισήχθησαν στα [31] και [32]. Έστω το σύστημα

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \\ y &= h(x, u), y \in \mathbb{R}^p \end{aligned} \quad (4.2)$$

όπου η f είναι συνεχώς παραγωγίσιμη ως προς όλες τις τρεις παραμέτρους, η h είναι συνεχής ως προς όλες τις τρεις παραμέτρους, με x την κατάσταση, u την είσοδο ελέγχου και y είναι η έξοδος του συστήματος.

Ορισμός 2: Το σύστημα (4.2) καλείται *πρακτικά σταθερό από είσοδο σε έξοδο* (*Input to Output practically Stable, IOpS*), εάν

$\exists \beta \in KL, \exists \gamma \in K, \exists d \in \mathbb{R}_+ : \forall t_0 \geq 0, \forall x(t_0), \forall u \in [t_0, +\infty)$, η λύση του (4.2) υπάρχει στο $[t_0, +\infty)$ και είναι τέτοια ώστε η έξοδος να ικανοποιεί τη συνθήκη

$$|y(t)| \leq \beta(|x(t_0)|, t) + \gamma(|u(t)|) + d \quad (4.3)$$

Εάν η (4.3) ικανοποιείται για $d = 0$, τότε το σύστημα (4.2) καλείται *σταθερό από είσοδο σε έξοδο* (*Input to Output Stable, IOS*).

Η συνάρτηση KL εισάγεται για να εγγυηθεί ότι το σύστημα δεν πρόκειται να “πάει” στο άπειρο σε πεπερασμένο χρόνο λόγω των αρχικών συνθηκών. Όταν το $y = x$ στην (4.2) και ισχύει η (4.3), το σύστημα (4.2) καλείται *ομοιόμορφα πρακτικά σταθερό από είσοδο σε κατάσταση* (*uniformly Input to State practically Stable, ISpS*).

Εάν, σε αυτήν την περίπτωση, το $d = 0$ τότε το σύστημα γίνεται *ομοιόμορφα σταθερό από είσοδο σε κατάσταση* (*uniformly Input to State Stable, ISS*), μια έννοια που προτάθηκε αρχικά από τον Sontag [39]. Ο όρος ISS υπονοεί την *ομοιόμορφη ολική ασυμπτωτική σταθεροποιησιμότητα* (*uniform Global Asymptotic Stability, GAS*) του

συστήματος μηδενικής εισόδου ($u = 0$) όπου, σε αυτήν την περίπτωση, η (4.3) γίνεται $|x(t)| \leq \beta(|x(t_0)|, t)$.

Ορισμός 3: Το σύστημα (4.2) λέμε ότι έχει την ιδιότητα της *ομοιόμορφα μη φραγμένης παρατηρησιμότητας (uniform unboundedness observability, UO)*, εάν

$\exists \gamma_0 \in \mathbb{K}_\infty, \exists d_0 \in \mathbb{R}_+ : \forall t_0 \geq 0, \forall x(t_0), \forall u \in [t_0, +\infty)$ ικανοποιείται η σχέση

$$|x(t)| \leq \gamma_0(|x(t_0)| + |(u, y)|) + d_0, \forall t \in [t_0, \infty) \quad (4.4)$$

Γραμμικά ως προς τα βάρη νευρωνικά δίκτυα

Τα γραμμικά ως προς τα βάρη νευρωνικά δίκτυα θα χρησιμοποιηθούν εκτενώς σε αυτήν την εργασία. Από μαθηματικής άποψης, μπορούν να εκφραστούν ως

$$y = W^T S(u)$$

όπου $y \in \mathbb{R}^n$ είναι η έξοδος του νευρωνικού δικτύου, η είσοδος είναι το $u \in \mathbb{R}^{n_2}$, W είναι ένα διάνυσμα συναπτικών βαρών διάστασης L και $S(u)$ είναι ένας πίνακας όρων παλινδρόμησης (regressor terms). Οι όροι παλινδρόμησης μπορεί να περιέχουν συνδέσεις υψηλής τάξης σιγμοειδών συναρτήσεων (high-order connections of sigmoid functions) [24], συναρτήσεων ακτινωτής βάσης (radial basis functions, RBFs), με σταθερά κέντρα και τα πλάτη [5]–[7], μετατοπισμένα σιγμοειδή (shifted sigmoids) [2], [3], οπότε και να διαμορφώνουν τα νευρωνικά δίκτυα υψηλής τάξης (high-order neural networks, HONNs), τα RBFs, και τα νευρωνικά δίκτυα μετατοπισμένων σιγμοειδών (shifted sigmoidal neural networks), αντίστοιχα. Μια άλλη κατηγορία γραμμικών ως προς τα βάρη νευρωνικών δικτύων είναι επίσης το δίκτυο CMAC που χρησιμοποιεί κυρίως τα B-Splines στον $S(u)$ [8].

Μία πολύ σημαντική ιδιότητα των προαναφερθέντων δομών νευρωνικών δικτύων είναι η ακόλουθη.

Ιδιότητα 1: $\forall f(u) : \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}^n, f(u) \in C^0, \exists L \in \mathbb{Z}, \exists W^*$ **βέλτιστα** συναπτικά βάρη, έτσι ώστε $\forall \varepsilon > 0$

$$\sup_{u \in \Omega} |f(u) - W^{*T} S(u)| \leq \varepsilon, \forall u \in \Omega$$

όπου $\Omega \subset \mathbb{R}^{n_2}$ είναι μια συμπαγής περιοχή.

Με άλλα λόγια, εάν οι όροι παλινδρόμησης έχουν ικανοποιητικά μεγάλο πλήθος L , τότε υπάρχουν τιμές βαρών W^* τέτοιες ώστε το $W^{*T} S(u)$ να προσεγγίζει την $f(u)$ με οποιονδήποτε βαθμό προσέγγισης, σε μία συμπαγή περιοχή. Γενικά, το $\sup_{u \in \Omega} |f(u) - W^{*T} S(u)| \leq \varepsilon$ μειώνεται όσο το πλήθος L αυξάνει.

Ο λόγος για τον οποίον εστιάζουμε στα γραμμικά ως προς τα βάρη νευρωνικά δίκτυα αντί άλλων δομών δικτύων, π.χ. πολυστρωματικά νευρωνικά δίκτυα (multilayer neural networks) είναι λόγω του γεγονότος ότι βασικές ιδιότητες συστημάτων όπως η σταθεροποιησιμότητα και η ευρωστία είναι λιγότερο δύσκολο να εξαχθούν, χωρίς περιορισμό της γενικότητας εξαιτίας της ιδιότητας 1.

Έλεγχος με επανεκκίνηση

Έστω το σύστημα

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u \quad (4.5)$$

όπου η κατάσταση $x \in \mathbb{R}^n$ υποτίθεται απόλυτα μετρήσιμη, $u \in \mathbb{R}^m$ είναι η είσοδος ελέγχου και τα διανυσματικά πεδία

$f, g_i, i=1,2,\dots,m, G(x)=[g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_m(x)]$ θεωρούνται *συνεχή, τοπικά Lipschitz και άγνωστα*.

Υπόθεση 1: Η λύση της (4.5) μπορεί να γίνει ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη (UUB) ως προς μια αυθαίρετα μικρή περιοχή του $x=0$.

Εξαιτίας της υπόθεσης 1, υπάρχει μία ακτινοειδώς μη φραγμένη συνάρτηση Lyapunov $V(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ και μία είσοδος ελέγχου $u_0(x)$ ώστε να ισχύει

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} [f(x) + G(x)u_0(x)] \leq 0, \forall x \in A \quad (4.6)$$

όπου το σύνολο A ορίζεται ως $A = \{x \in \mathbb{R}^n / |x| \geq x_0 > 0\}$, με x_0 μία αυθαίρετα μικρή θετική σταθερά. Περαιτέρω ορίζουμε $A(x) = \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right) f(x)$ και $B(x) = \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right) G(x)$. Στην περίπτωση που τα $V(x), f(x), G(x)$ είναι γνωστά, ένας αναλυτικός τύπος για σταθεροποίηση συστημάτων της μορφής (4.5) δίδεται στο [39]. Όποτε θεωρούμε τα $V(x), f(x), G(x)$ άγνωστα, μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τις προσεγγιστικές ιδιότητες των γραμμικών ως προς τα βάρη νευρωνικών δικτύων και να αντικαταστήσουμε τους όρους $A(x), B(x)$ με γραμμικές ως προς τα βάρη δομές νευρωνικών δικτύων, συν κάποιους όρους λάθους διαμόρφωσης (modelling error terms) $\forall x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$, όπου Ω είναι η συμπαγής περιοχή της ιδιότητας 1. Ως εκ τούτου, υπάρχουν σταθερές αλλά άγνωστες τιμές βαρών W_a^*, W_b^* τέτοιες ώστε

$$A(x) = W_a^{*T} S_a(x) + \omega_a(x) \quad (4.7)$$

$$B(x) = W_b^{*T} S_b(x) + \omega_b(x) \quad (4.8)$$

όπου στις (4.7) και (4.8) οι όροι $\omega_a(x), \omega_b(x)$ αναπαριστούν σφάλματα μοντελοποίησης. Η αντικατάσταση αυτή είναι δυνατή, επειδή τα $A(x), B(x) \in C_\infty, \forall x \in \Omega$ και επιπλέον είναι και φραγμένα. Εκμεταλλευόμενοι τις προσεγγιστικές ικανότητες των γραμμικών ως προς τα βάρη νευρωνικών δικτύων, μπορεί να γίνει η ακόλουθη υπόθεση.

Υπόθεση 2: Σε μια συμπαγή περιοχή $\Omega \subset \mathbb{R}^n, |\omega_a(x)| \leq \bar{\omega}_a, |\omega_b(x)| \leq \bar{\omega}_b$, όπου $\bar{\omega}_a, \bar{\omega}_b$ είναι άγνωστα αλλά μικρά σφάλματα.

Ας λάβουμε τώρα υπ' όψιν τον νόμο ελέγχου

$$u = - \left[\frac{a(x, \hat{W}_a) + k_0 \gamma(|x|)}{|b(x, \hat{W}_b)|^2} \right] b^T(x, \hat{W}_b), \quad k_0 > 0 \quad (4.9)$$

με

$$a(x, \hat{W}_a) = \hat{W}_a^T S_a(x) \quad (4.10)$$

$$b(x, \hat{W}_b) = \hat{W}_b^T S_b(x) \quad (4.11)$$

και $\gamma(|x|)$ μία θετική, φραγμένη και αντιστρέψιμη συνάρτηση, $\forall x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$. Στις (4.10) και (4.11) τα \hat{W}_a, \hat{W}_b είναι εκτιμήσεις των άγνωστων τιμών βαρών W_a^*, W_b^* αντίστοιχα, που δίδονται από τους κανόνες μάθησης

$$\dot{\hat{W}}_a = -k_a \hat{W}_a + k S_a(x) \quad (4.12)$$

$$\dot{\hat{W}}_b = -k_b \hat{W}_b + k S_b(x)u \quad (4.13)$$

όπου $k, k_a, k_b > 0$ είναι κατασκευασμένες σταθερές (designed constants).

Θεώρημα 1: Έστω το σύστημα (4.5) που ικανοποιεί τις υποθέσεις 1 και 2. ο νόμος ελέγχου (4.9) – (4.11) μαζί με τους κανόνες μάθησης (4.12), (4.13) εγγυώνται ότι η κατάσταση x παραμένει ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη ως προς το σύνολο

$$X = \left\{ x \in \mathbb{R}^n / |x| \leq \gamma^{-1} \left(\frac{k\varepsilon + \frac{k_a}{2} |\hat{W}_a^*|^2}{kk_0} \right) \right\}$$

όπου ε είναι ένα άγνωστο αλλά μικρό ομοιόμορφο άνω φράγμα του γενικευμένου σφάλματος μοντελοποίησης $\omega(x, u) = \omega_a(x) + \omega_b(x)u$, καθώς επίσης και όλα τα υπόλοιπα σήματα του κλειστού βρόγχου παραμένουν φραγμένα, υπό την προϋπόθεση ότι $|b(x, \hat{W}_b)| \neq 0$.

Η απόδειξη του θεωρήματος 1 βρίσκεται στο [26].

Για να εγγυηθούμε ότι $|b(x, \hat{W}_b)| \neq 0$, ο κανόνας μάθησης (4.13) έχει μια διαδικασία επανεκκίνησης που συνοψίζεται στα παρακάτω. Αρχικά ξεκινούμε εκτός του συνόλου

$$B = \{x \in \mathbb{R}^n, \hat{W}_b \in \mathbb{R}^{L_b} : |b(x, \hat{W}_b)| < \delta_b\}$$

όπου $\delta_b > 0$ είναι μια κατασκευασμένη σταθερά. Εάν δεν έχει δηλωθεί διαφορετικά, κάνουμε την εξής υπόθεση.

Υπόθεση 3: Οι αρχικές τιμές $x(0), \hat{W}_b(0)$ είναι τέτοιες ώστε $|b(x(0), \hat{W}_b(0))| \geq \delta_b$

Προφανώς, όταν $|b(x, \hat{W}_b)| > \delta_b$ δεν υπάρχει λόγος να τροποποιήσουμε το \hat{W}_b .

Ας υποθέσουμε ότι σε μία χρονική στιγμή $t = t_r, |b(x, \hat{W}_b)| = \delta_b$. Παρατηρούμε ότι

$$|b(x, \hat{W}_b)| = \left(\sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^{L_b} \hat{w}_{bi} s_{bij}(x) \right)^2 \right)^{1/2}.$$

Ξεχωρίζουμε δύο πιθανές περιπτώσεις:

- Όλοι οι όροι $\hat{w}_{bi} s_{bij}(x)$ έχουν το ίδιο πρόσημο.

Παίρνουμε τυχαία το l -οστό στοιχείο του διανύσματος $\hat{W}_b, l \in [1, L_b]$ και επιλέγουμε

$$|\hat{w}_{bl}(t_r^+)| > \frac{1}{|s_{blk}(x)|} \left[\delta_b^2 - \sum_{j=1}^{k-1} \left(\sum_{i=1}^{L_b} \hat{w}_{bi}(t_r) s_{bij}(x) \right)^2 - \sum_{j=k+1}^m \left(\sum_{i=1}^{L_b} \hat{w}_{bi}(t_r) s_{bij}(x) \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{1}{|s_{blk}(x)|} \left| \sum_{i=1}^{l-1} \hat{w}_{bi}(t_r) s_{bij}(x) \right| - \frac{1}{|s_{blk}(x)|} \left| \sum_{i=l+1}^{L_b} \hat{w}_{bi}(t_r) s_{bij}(x) \right|. \quad (4.14)$$

- Δεν έχουν όλοι οι όροι $\hat{w}_{bi} s_{bij}(x)$ το ίδιο πρόσημο.

Ορίζουμε $\forall i \in [1, L_b]$

$$\hat{w}_{bi}(t_r^+) = \begin{cases} \hat{w}_{bi}(t_r), & \text{εάν } \text{sgn}(\hat{w}_{bi} s_{bij}(x)) = 1 \\ -\hat{w}_{bi}(t_r), & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.15)$$

Η απόδειξη του ισχυρισμού ότι η διαδικασία επανεκκίνησης (4.14), (4.15) εγγυάται ότι $|b(x, \hat{W}_b)| \neq 0, \forall x \in \Omega$ υπάρχει στο [26].

Κεφάλαιο 5

Ορισμός του προβλήματος

Ας λάβουμε τώρα υπ' όψιν το δυναμικό σύστημα

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + G(x)u + D(x, z, u) \\ \dot{z} &= \Gamma(x, z, u) \\ y &= x\end{aligned}\tag{5.1}$$

όπου η κατάσταση $x \in \mathbb{R}^n$ υποτίθεται απόλυτα μετρήσιμη, $u \in \mathbb{R}^m$ είναι η είσοδος ελέγχου. Η κατάσταση $z \in \mathbb{R}^p$ δεν είναι μετρήσιμη και, επομένως, δεν διατίθεται για έλεγχο. Το x -υποσύστημα αναπαριστά το αρχικό σύστημα (4.5) όταν $D(x, z, u) = 0$, ενώ το z -υποσύστημα αναπαριστά την αμοντελοποίητη δυναμική. Τα διανυσματικά πεδία $\Gamma(x, z, u), D(x, z, u)$ είναι, όπως και οι $f, g_i, i=1, 2, \dots, m, G(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_m(x)]$ *συνεχή, τοπικά Lipschitz και άγνωστα*. Η έξοδος του (5.1) είναι το y . Το αρχικό σύστημα ικανοποιεί την υπόθεση 1. Επιπλέον, κάνουμε τις ακόλουθες υποθέσεις.

Υπόθεση 4: Το z -υποσύστημα (5.1) με είσοδο (x, u) και έξοδο $D(x, z, u)$ είναι *πρακτικά σταθερό από είσοδο σε έξοδο (Input to Output practically Stable, IOpS)*. Αυτό σημαίνει, ότι $\exists \beta \in KL, \exists \gamma_1, \gamma_2 \in K, \exists d \in \mathbb{R}_+$, έτσι ώστε η έξοδος να ικανοποιεί τη συνθήκη

$$|D(x, z, u)| \leq \beta(|z(0)|, t) + \gamma_1(|x|) + \gamma_2(|u|) + d$$

Υπόθεση 5: Το z -υποσύστημα (5.1) έχει την ιδιότητα της *ομοιόμορφα μη φραγμένης παρατηρησιμότητας (uniform unboundedness observability property, UO)*. Αυτό σημαίνει ότι $\exists \gamma_0 \in K_\infty, \exists d_0 \in \mathbb{R}_+$, έτσι ώστε να ισχύει

$$|z(t)| \leq \gamma_0(|z(0)| + |(x, u)|) + d_0$$

Παρατηρούμε ότι η κατάσταση της αμοντελοποίητης δυναμικής z επιτρέπεται να τείνει στο άπειρο, όταν είτε η κατάσταση του αρχικού συστήματος x είτε η είσοδος ελέγχου u τείνουν στο άπειρο.

Υπόθεση 6: Για τη συνάρτηση Lyapunov της (4.6) υπάρχει μία $\gamma_3(|x|) \in K_\infty$ ώστε

$$\left| \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right| \leq \gamma_3(|x|).$$

Το πρόβλημα που ψάχνουμε να λύσουμε είναι το εξής.

Πρόβλημα 1: Να επανασχεδιαστεί ο αρχικός ελεγκτής επανεκκίνησης (4.9) – (4.15) ώστε να καθίσταται το σύστημα κλειστού βρόγχου ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένο, ως προς μία αυθαίρετα μικρή περιοχή του $x=0$, παρά την παρουσία της αμοντελοποίητης δυναμικής $D(x, z, u)$, με $\dot{z} = \Gamma(x, z, u)$.

Λήμμα 1: Ο όρος $\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right) D(x, z, u)$ είναι ομοιόμορφα φραγμένος από

$$\left| \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right) D(x, z, u) \right| \leq \gamma_4(|x|) + \gamma_3(|x|)\gamma_2(|u|) \quad (5.2)$$

όπου η συνάρτηση $\gamma_4(|x|) \in K_\infty$ ορίζεται ως

$$\gamma_4(|x|) = [\beta(|z(0)|, t) + d]\gamma_3(|x|) + \gamma_1(|x|)\gamma_3(|x|).$$

Απόδειξη: Από τις υποθέσεις 4 και 6, παίρνουμε

$$\begin{aligned} \left| \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right) D(x, z, u) \right| &\leq \left| \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right| [\beta(|z(0)|, t) + \gamma_1(|x|) + \gamma_2(|u|) + d] \leq \\ &\leq \underbrace{\gamma_3(|x|) [\beta(|z(0)|, t) + \gamma_1(|x|) + d]}_{\gamma_4(|x|)} + \gamma_3(|x|)\gamma_2(|u|) = \\ &= \gamma_4(|x|) + \gamma_3(|x|)\gamma_2(|u|). \end{aligned}$$

Υποσημείωση 1: Βλέπουμε ότι ο όρος $\left| \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right) D(x, z, u) \right|$ μπορεί να είναι ομοιόμορφα φραγμένος από μία συνάρτηση του $|x|$, παρατηρώντας και μόνο ότι η $\gamma_2(|u|)$ ως συνάρτηση K , είναι εξ ορισμού άνω φραγμένη. Έστω $\bar{\gamma}_2 > 0$ ένα άνω φράγμα. Τότε, η (5.2) γίνεται επιπλέον

$$\left| \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right) D(x, z, u) \right| \leq \underbrace{\gamma_4(|x|) + \bar{\gamma}_2 \gamma_3(|x|)}_{\gamma_5(|x|)} = \gamma_5(|x|) \quad (5.3)$$

όπου η $\gamma_5(|x|) \in K_\infty$. Εφόσον η συνάρτηση $\gamma_5(|x|)$ θεωρείται *άγνωστη*, γραμμικά ως προς τα βάρη νευρωνικά δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως προσεγγιστές. Ως εκ τούτου, υπάρχουν σταθερές αλλά *άγνωστες* τιμές βαρών W_c^* τέτοιες ώστε

$$\gamma_5(|x|) = W_c^{*T} S_c(|x|) + \omega_c(|x|), \quad \forall x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n, \quad (5.4)$$

όπου Ω είναι η συμπαγής περιοχή της ιδιότητας 1. Για το σφάλμα μοντελοποίησης $\omega_c(|x|)$, κάνουμε την επόμενη υπόθεση που προκύπτει κατευθείαν από τις προσεγγιστικές ικανότητες των γραμμικών ως προς τα βάρη νευρωνικών δικτύων.

Υπόθεση 7: Σε μια συμπαγή περιοχή $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, $|\omega_c(|x|)| \leq \bar{\omega}_c$, όπου $\bar{\omega}_c$ είναι *άγνωστο* αλλά μικρό σφάλμα.

Κεφάλαιο 6

Εύρωστος Επανασχεδιασμός

Παίρνουμε την υποψήφια συνάρτηση Lyapunov

$$L = kV(x) + \frac{1}{2} |\tilde{W}_a|^2 + \frac{1}{2} |\tilde{W}_b|^2 + \frac{1}{2} |\tilde{W}_c|^2 \quad (6.1)$$

όπου $V(x)$ είναι η Lyapunov συνάρτηση που ορίσαμε στην παράγραφο 2. Τα παραμετρικά σφάλματα $\tilde{W}_i, i = a, b, c$ ορίζονται ως $\tilde{W}_i = \hat{W}_i - W_i^*, i = a, b, c$ όπου ομοίως με τα \hat{W}_a, \hat{W}_b ορίζουμε ως \hat{W}_c τις εκτιμήσεις των αγνώστων βαρών W_c^* . Παραγωγίζοντας την L ως προς τον χρόνο και τις λύσεις της (5.1) παίρνουμε

$$\begin{aligned} \dot{L} &= k \frac{\partial V(x)}{\partial t} + \tilde{W}_a^T \dot{\hat{W}}_a + \tilde{W}_b^T \dot{\hat{W}}_b + \tilde{W}_c^T \dot{\hat{W}}_c = \\ &k \frac{\partial V(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \tilde{W}_a^T \dot{\hat{W}}_a + \tilde{W}_b^T \dot{\hat{W}}_b + \tilde{W}_c^T \dot{\hat{W}}_c = \\ &kA(x) + kB(x) + k \frac{\partial V(x)}{\partial x} D(x, z, u) + \tilde{W}_a^T \dot{\hat{W}}_a + \tilde{W}_b^T \dot{\hat{W}}_b + \tilde{W}_c^T \dot{\hat{W}}_c. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Εισάγοντας τις (4.7),(4.8),(5.3) και (5.4) η \dot{L} γίνεται

$$\begin{aligned} \dot{L} &\leq kW_a^{*T} S_a(x) + kW_b^{*T} S_b(x)u + kW_c^{*T} S_c(|x|) + k\omega(x, u) + \\ &+ \tilde{W}_a^T \dot{\hat{W}}_a + \tilde{W}_b^T \dot{\hat{W}}_b + \tilde{W}_c^T \dot{\hat{W}}_c, \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\text{όπου } \omega(x, u) = \omega_a(x) + \omega_b(x)u + \omega_c(|x|) \quad (6.4)$$

Από τις υποθέσεις 2 και 7, η ακόλουθη υπόθεση είναι αναπόφευκτη για το γενικευμένο σφάλμα μοντελοποίησης (6.4).

Υπόθεση 8: Το γενικευμένο σφάλμα μοντελοποίησης $\omega(x, u)$ είναι ομοιόμορφα φραγμένο από μία μικρή και άγνωστη σταθερά $\varepsilon \geq 0, \forall x \in \Omega$ και για φραγμένη είσοδο. Ως εκ τούτου, $|\omega(x, u)| \leq \varepsilon, \forall x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$ και $u \in L_\infty$.

Αφού προσθαφαιρέσουμε τους όρους $k\hat{W}_a^T S_a(x), k\hat{W}_b^T S_b(x)u, k\hat{W}_c^T S_c(|x|)$ η (6.3) γίνεται

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & -k\tilde{W}_a^T S_a(x) - k\tilde{W}_b^T S_b(x)u - k\tilde{W}_c^T S_c(|x|) + \\ & + k\hat{W}_a^T S_a(x) + k\hat{W}_b^T S_b(x)u + k\hat{W}_c^T S_c(|x|) + \\ & + k\omega(x,u) + \tilde{W}_a^T \dot{\hat{W}}_a + \tilde{W}_b^T \dot{\hat{W}}_b + \tilde{W}_c^T \dot{\hat{W}}_c. \end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας τις (4.12), (4.13) καθώς και την

$$\dot{\hat{W}}_c = -k_c \hat{W}_c + k S_c(|x|) \quad (6.5)$$

η \dot{L} γίνεται επιπλέον

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & k\hat{W}_a^T S_a(x) + k\hat{W}_b^T S_b(x)u + k\hat{W}_c^T S_c(|x|) + k\omega(x,u) \\ & - k_a \tilde{W}_a^T \hat{W}_a - k_b \tilde{W}_b^T \hat{W}_b - k_c \tilde{W}_c^T \hat{W}_c. \end{aligned}$$

Ισχύει επιπλέον η ταυτότητα

$$\tilde{W}_i^T \hat{W}_i = \frac{1}{2} |\tilde{W}_i|^2 + \frac{1}{2} |\hat{W}_i|^2 - \frac{1}{2} |W_i^*|^2, \quad i = a, b, c. \text{ Οπότε,}$$

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & k\hat{W}_a^T S_a(x) + k\hat{W}_b^T S_b(x)u + k\hat{W}_c^T S_c(|x|) + k\omega(x,u) \\ & - \frac{k_a}{2} |\tilde{W}_a|^2 - \frac{k_a}{2} |\hat{W}_a|^2 + \frac{k_a}{2} |W_a^*|^2 - \frac{k_b}{2} |\tilde{W}_b|^2 - \frac{k_b}{2} |\hat{W}_b|^2 + \frac{k_b}{2} |W_b^*|^2 \\ & - \frac{k_c}{2} |\tilde{W}_c|^2 - \frac{k_c}{2} |\hat{W}_c|^2 + \frac{k_c}{2} |W_c^*|^2 \end{aligned} \quad (6.6)$$

Εισάγουμε και τον αρχικό ελεγκτή επανεκκίνησης (4.9)-(4.15), αλλά τώρα η (4.9) έχει ενισχυθεί με τον όρο

$$-\frac{\hat{W}_c^T S_c(|x|) b^T(x, \hat{W}_b)}{|b^T(x, \hat{W}_b)|^2}, \quad (6.7)$$

Με αυτόν τον τρόπο, η (6.6) γίνεται

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & k\hat{W}_a^T S_a(x) - k\hat{W}_b^T S_b(x) \left[\frac{\overbrace{a(x, \hat{W}_a)}^{\hat{W}_a^T S_a(x)} + k_0 \gamma(|x|) + \hat{W}_c^T S_c(|x|)}{\underbrace{|b(x, \hat{W}_b)|^2}_{\hat{W}_b^T S_b(x)}} \right] b^T(x, \hat{W}_b) \\ & + k\hat{W}_c^T S_c(|x|) + k\omega(x, u) - \frac{k_a}{2} |\tilde{W}_a|^2 - \frac{k_a}{2} |\hat{W}_a|^2 \\ & + \frac{k_a}{2} |W_a^*|^2 - \frac{k_b}{2} |\tilde{W}_b|^2 - \frac{k_b}{2} |\hat{W}_b|^2 + \frac{k_b}{2} |W_b^*|^2 \\ & - \frac{k_c}{2} |\tilde{W}_c|^2 - \frac{k_c}{2} |\hat{W}_c|^2 + \frac{k_c}{2} |W_c^*|^2 \end{aligned}$$

και τελικά παίρνει τη μορφή

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & -kk_0\gamma(|x|) + k\omega(x, u) - \frac{k_a}{2} |\tilde{W}_a|^2 - \frac{k_b}{2} |\tilde{W}_b|^2 - \frac{k_c}{2} |\tilde{W}_c|^2 \\ & + \frac{k_a}{2} |W_a^*|^2 + \frac{k_b}{2} |W_b^*|^2 + \frac{k_c}{2} |W_c^*|^2. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Παρατηρούμε ότι ο νέος ευρωστοποιημένος ελεγκτής επανεκκίνησης είναι ομοιόμορφα φραγμένος, εφόσον

$$|u| \leq \frac{\left[|a(x, \hat{W}_a)| + |\hat{W}_c^T S_c(|x|)| + k_0 \gamma(|x|) \right]}{|b(x, \hat{W}_b)|}.$$

Παρατηρούμε ότι τα $S_a(x), S_c(|x|)$ και $\gamma(|x|)$ είναι φραγμένα από κατασκευής. Οι εκτιμήσεις βαρών \hat{W}_a, \hat{W}_c όπως προκύπτουν από τις (4.12) και (6.5) αντίστοιχα, είναι επίσης φραγμένες και το $|b(x, \hat{W}_b)| \neq 0$ εξαιτίας της δράσης της επανεκκίνησης. Ως εκ τούτου, η $u \in L_\infty$. Εφόσον $u \in L_\infty$, η υπόθεση 8 ισχύει και, οπότε, η (6.8) γίνεται

$$\dot{L} \leq -kk_0\gamma(|x|) - \frac{k_a}{2} |\tilde{W}_a|^2 - \frac{k_b}{2} |\tilde{W}_b|^2 - \frac{k_c}{2} |\tilde{W}_c|^2 + \mu \quad (6.9)$$

όπου $\mu = k\varepsilon + \frac{k_a}{2} |W_a^*|^2 + \frac{k_b}{2} |W_b^*|^2 + \frac{k_c}{2} |W_c^*|^2$.

Εξετάζοντας τον ορισμό των $\gamma(|x|), V(x)$ ισχυριζόμαστε ότι υπάρχουν τιμές των κατασκευασμένων σταθερών k, k_0 ώστε

$$k_0\gamma(|x|) \geq V(x), \quad \forall x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n.$$

Ορίζουμε ως $c = \min\{1, k_a, k_b, k_c\}$.

Τότε, η (6.9) παίρνει τη μορφή

$$\dot{L} \leq cL + \mu$$

η οποία μας οδηγεί στη λύση

$$0 \leq L(t) \leq \frac{\mu}{c} + \left[L(0) - \frac{\mu}{c} \right] e^{-ct}, \quad \forall t \geq 0. \quad (6.10)$$

από την (6.10), μπορούμε να συμπεράνουμε περαιτέρω το ότι τα $x, |\hat{W}_i|, i = a, b, c$ είναι φραγμένα. Επιπλέον, εάν αφαιρέσουμε και τους αρνητικούς όρους

$$-\frac{k_i}{2} |\tilde{W}_i|^2, i = a, b, c \text{ από την (6.9), παίρνουμε}$$

$$\dot{L} \leq -kk_0\gamma(|x|) + \mu \leq 0,$$

υπό την προϋπόθεση ότι

$$|x| > \gamma^{-1} \left(\frac{\varepsilon}{k_0} + \frac{k_a}{2kk_0} |W_a^*|^2 + \frac{k_b}{2kk_0} |W_b^*|^2 + \frac{k_c}{2kk_0} |W_c^*|^2 \right).$$

Έτσι, η έξοδος της (5.1) καθίσταται ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη ως προς το σύνολο

$$X = \left\{ x \in \mathbb{R}^n / |x| \leq \gamma^{-1} \left(\frac{\varepsilon}{k_0} + \frac{k_a}{2kk_0} |W_a^*|^2 + \frac{k_b}{2kk_0} |W_b^*|^2 + \frac{k_c}{2kk_0} |W_c^*|^2 \right) \right\} \quad (6.11)$$

το οποίο μπορεί να γίνει αυθαίρετα μικρό διαλέγοντας κατάλληλα την συνάρτηση γ , όπως και όταν τα $\varepsilon, k_i, i = a, b, c$ είναι αρκετά μικρά, ενώ τα k, k_0 επιλέγονται ικανοποιητικά μεγάλα (μέθοδος δοκιμής και λάθους, trial and error).

Εξαιτίας της υπόθεσης 5, κι εφόσον τα x, u είναι φραγμένα, η μη μετρήσιμη κατάσταση z είναι επίσης φραγμένη.

Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν έχουν ισχύ όσο το $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$, όπου Ω είναι η συμπαγής περιοχή στην οποία ισχύουν οι προσεγγιστικές ικανότητες των γραμμικών ως προς τα βάρη νευρωνικών δικτύων. Για να εξακριβώσουμε ότι $x \in \Omega, \forall t \geq 0$ παρατηρούμε ότι υπάρχει συνάρτηση $\gamma(\cdot)$ όπως επίσης και κατασκευασμένες σταθερές k, k_0, k_a, k_b, k_c για να εγγυηθούν ότι το $X \subset \Omega$, για ένα δοσμένο Ω . Για αυτό το λόγο, ισχυριζόμαστε ότι εάν ξεκινήσουμε με μια αρχική συνθήκη $x(0) \in X$, τότε χάριν του ότι το x είναι ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένο, και το $x(t) \in X \subset \Omega, \forall t \geq 0$. Εάν ωστόσο, το $x(0) \in \Omega / X$, ξεχωρίζουμε δύο περιπτώσεις.

Περίπτωση 1 $\left(L(0) > \frac{\mu}{c} \right)$: από την (6.10) και τον ορισμό της L , συμπεραίνουμε ότι

$$kV(x) \leq L(t) \leq L(0), \quad \forall t \geq 0 \quad (6.12)$$

ή

$$|x| \leq V^{-1} \left(V(0) + \frac{1}{2k} |\tilde{W}_a(0)|^2 + \frac{1}{2k} |\tilde{W}_b(0)|^2 + \frac{1}{2k} |\tilde{W}_c(0)|^2 \right).$$

Έτσι, υπάρχει ένα k για το οποίο το σύνολο

$$X_1 = \left\{ x \in \mathbb{R}^n / |x| \leq V^{-1} \left(V(0) + \frac{1}{2k} |\tilde{W}_a(0)|^2 + \frac{1}{2k} |\tilde{W}_b(0)|^2 + \frac{1}{2k} |\tilde{W}_c(0)|^2 \right) \right\} \subset \Omega.$$

Περίπτωση 2 $\left(L(0) \leq \frac{\mu}{c} \right)$: Σε αυτήν την περίπτωση, έχουμε

$$kV(x) \leq L(t) \leq \frac{\mu}{c},$$

ή

$$|x| \leq V^{-1} \left(\frac{\mu}{c} \right).$$

Έτσι, ομοίως με την περίπτωση 1, υπάρχει ένα k για το οποίο το σύνολο

$$X_2 = \left\{ x \in \mathbb{R}^n / |x| \leq V^{-1} \left(\frac{\mu}{kc} \right) \right\} \subset \Omega.$$

Κατ' αυτόν τον τρόπο, μπορούμε πάντα να βρούμε ένα k για να εγγυηθούμε ότι $x(t) \in \Omega, \forall t \geq 0$. Η προαναφερθείσα ανάλυση συνοψίζεται στο ακόλουθο θεώρημα:

Θεώρημα 2: Έστω το σύστημα (5.1) που ικανοποιεί τις υποθέσεις 1-8. Ο νόμος ελέγχου (4.9) – (4.13), (6.5) και (6.7), εφοδιασμένος με την διαδικασία επανεκκίνησης (4.14) – (4.15) εγγυάται ότι η κατάσταση x παραμένει ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη ως προς το αυθαίρετα μικρό σύνολο (6.11), καθώς επίσης και ευρωστία όλων των υπόλοιπων σημάτων του κλειστού βρόγχου.

Κεφάλαιο 7

Αποτελέσματα Προσομοίωσης

Για να διευκρινίσουμε την προαναφερθείσα ανάλυση, παίρνουμε υπ' όψιν το ακόλουθο σύστημα:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 0.1x^2 + x^3 + (1 + x^2)u + 2zu + 0.6 \sin(zu + x) \\ \dot{z} &= -z - xu \end{aligned} \quad x, z, u \in \mathbb{R} \quad (7.1)$$

στο οποίο μόνο η κατάσταση x θεωρείται ότι είναι διαθέσιμη προς μέτρηση. Το σύστημα (7.1) μπορεί να εκφραστεί στη μορφή (5.1) με

$$\begin{aligned} f(x) &= 0.1x^2 + x^3 \\ G(x) &= 1 + x^2 \\ D(x, z, u) &= 2zu + 0.6 \sin(zu + x) \\ \Gamma(x, z, u) &= -z - xu \end{aligned}$$

Το πρόβλημά μας είναι να ρυθμίσουμε την κατάσταση x σε μια μικρή περιοχή του μηδενός, ενώ παράλληλα να διατηρήσουμε όλα τα υπόλοιπα σήματα στον κλειστό βρόγχο φραγμένα.

Ακολουθώντας τα βήματα του προηγούμενου κεφαλαίου, θεωρούμε για το σύστημα (7.1) τον ελεγκτή

$$u = - \left[\frac{a(x, \hat{W}_a) + u_0(x, \hat{W}_c) + k_0 \gamma(|x|)}{|b(x, \hat{W}_b)|^2} \right] b^T(x, \hat{W}_b) \quad (7.2)$$

όπου

$$a(x, \hat{W}_a) = \sum_{i=1}^3 \hat{w}_{ai} s_1^i(x) \quad (7.3)$$

$$b(x, \hat{W}_b) = \sum_{j=1}^2 \hat{w}_{bj} s_2^j(x) \quad (7.4)$$

$$u_0(x, \hat{W}_c) = \sum_{j=1}^2 \hat{w}_{cj} s_3^j(x) \quad (7.5)$$

$$\gamma(|x|) = 0.001 + k_g |x|^2 \quad (7.6)$$

με k_0, k_g θετικές σταθερές αυθαίρετες, και

$$s_1(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}} - 0.5 \quad (7.7)$$

$$s_2(x) = \frac{1}{1 + e^{-1.3x}} - 0.5 \quad (7.8)$$

$$s_3(x) = \frac{2}{1 + e^{-1.3(x-1)}} - 0.5 \quad (7.9)$$

Τα βάρη $\hat{w}_{ai}, \hat{w}_{bj}, \hat{w}_{cj}$, $i=1,2,3, j=1,2$ δίνονται από τους ακόλουθους αναδρομικούς τύπους:

$$\dot{\hat{w}}_{ai} = -k_a \hat{w}_{ai} + k s_1^i(x), \quad i=1,2,3 \quad (7.10)$$

$$\dot{\hat{w}}_{bj} = -k_b \hat{w}_{bj} + k s_2^j(x) u, \quad j=1,2 \quad (7.11)$$

$$\dot{\hat{w}}_{cj} = -k_c \hat{w}_{cj} + k s_3^j(x), \quad j=1,2. \quad (7.12)$$

Παρατηρούμε ότι οι εκθέτες i, j στις (7.3)-(7.5) και (7.10)-(7.12) αναπαριστούν δυνάμεις των σιγμοειδών συναρτήσεων $s_1(x), s_2(x), s_3(x)$. Επιπλέον, για να εγγυηθούμε ότι το $b(x, \hat{W}_b) \neq 0$, τα \hat{W}_b είναι εφοδιασμένα με την ακόλουθη στρατηγική επανεκκίνησης:

Στρατηγική επανεκκίνησης (χρησιμοποιείται μόνο όταν $|b(x, \hat{W}_b)| \leq \delta_b$).

- Περίπτωση 1 $(\hat{w}_{b1}(t_r)s_2(x))(\hat{w}_{b2}(t_r)s_2^2(x)) > 0$

$$w_{b2}(t_r^+) = \begin{cases} \frac{\delta_b - \hat{w}_{b1}(t_r)s_2(x)}{s_2^2(x)} + \delta_0, & \hat{w}_{b1}(t_r)s_2(x) > 0 \\ -\frac{(\delta_b + \hat{w}_{b1}(t_r)s_2(x))}{s_2^2(x)} - \delta_0, & \hat{w}_{b1}(t_r)s_2(x) < 0 \end{cases} \quad (7.13)$$

- Περίπτωση 2 $(\hat{w}_{b1}(t_r)s_2(x))(\hat{w}_{b2}(t_r)s_2^2(x)) < 0$

$$w_{b1}(t_r^+) = \begin{cases} w_{b1}(t_r), & \hat{w}_{b1}(t_r)s_2(x) > 0 \\ -w_{b1}(t_r), & \hat{w}_{b1}(t_r)s_2(x) < 0 \end{cases} \quad (7.14)$$

$$w_{b2}(t_r^+) = \begin{cases} w_{b2}(t_r), & \hat{w}_{b2}(t_r) > 0 \\ -w_{b2}(t_r), & \hat{w}_{b2}(t_r) < 0 \end{cases} \quad (7.15)$$

όπου οι δ_0, δ_b είναι κάποιες αυθαίρετες θετικές σταθερές. Οι τιμές όλων των κατασκευασμένων σταθερών που εμφανίζονται στις (7.2)-(7.15) δίδονται στον πίνακα 1, όπως προέκυψαν με τη μέθοδο trial and error.

Πίνακας 1

Παράμετροι	k_0	k	k_g	δ_b	δ_0	k_a	k_b	k_c
Τιμές	10	10	500	0.05	0.001	0.001	0.001	0.001

Επιπλέον, το σύστημα κλειστού βρόγχου αρχικοποιείται ως εξής:

$$x(0) = 1$$

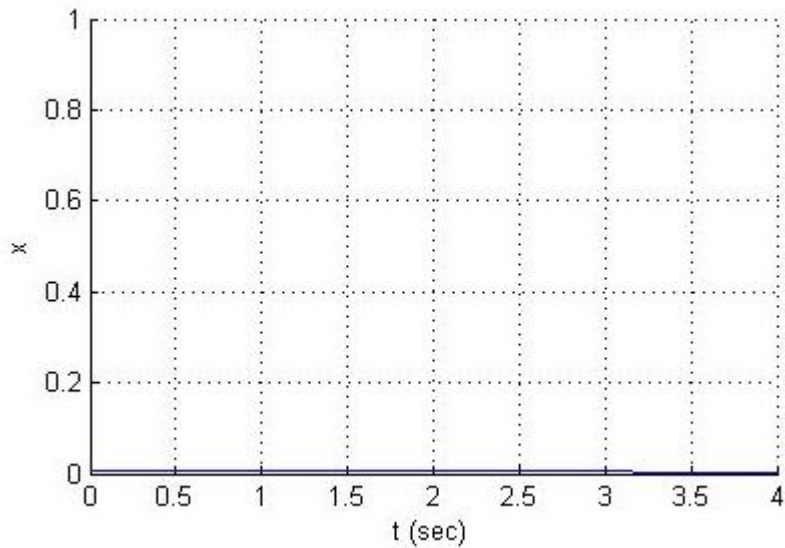
$$z(0) = 1$$

$$\hat{w}_a(0) = [1 \ 1 \ 1]$$

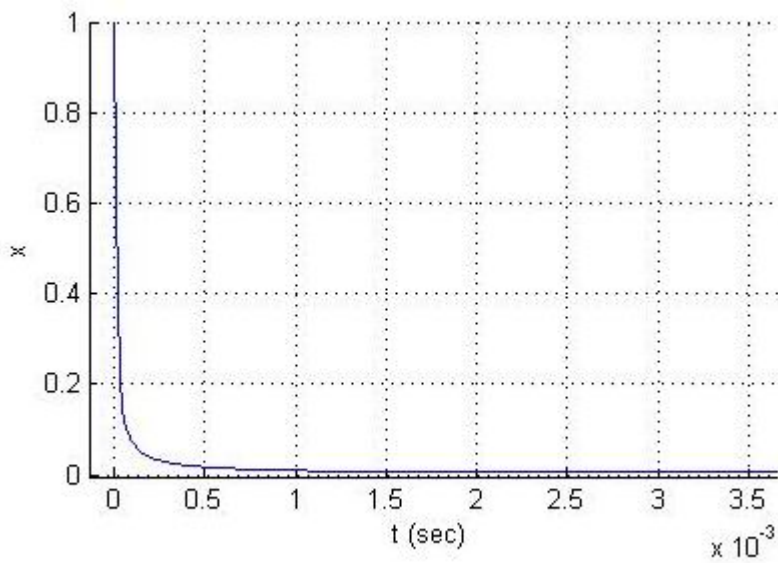
$$\hat{w}_b(0) = [1 \ 1]$$

$$\hat{w}_c(0) = [4 \ 4]$$

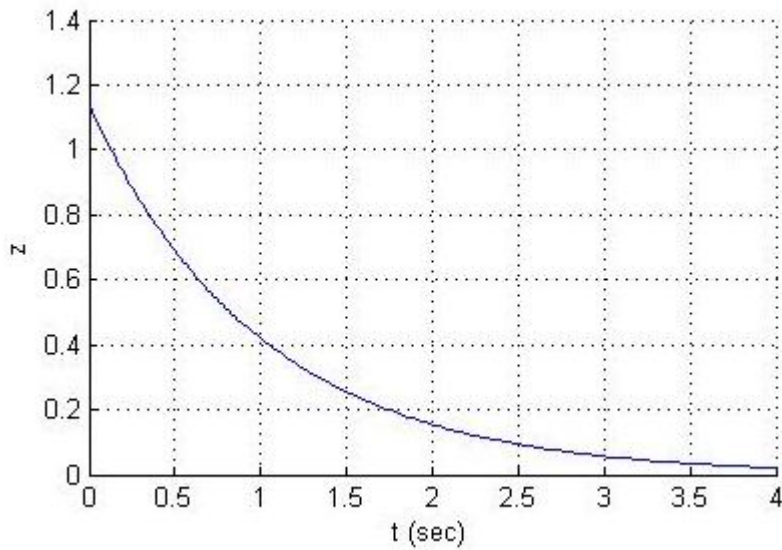
Η εξέλιξη της κατάστασης – εξόδου x και της μη μετρήσιμης κατάστασης z των αμοντελοποίητων δυναμικών φαίνεται στα διαγράμματα 1 και 2 αντίστοιχα:



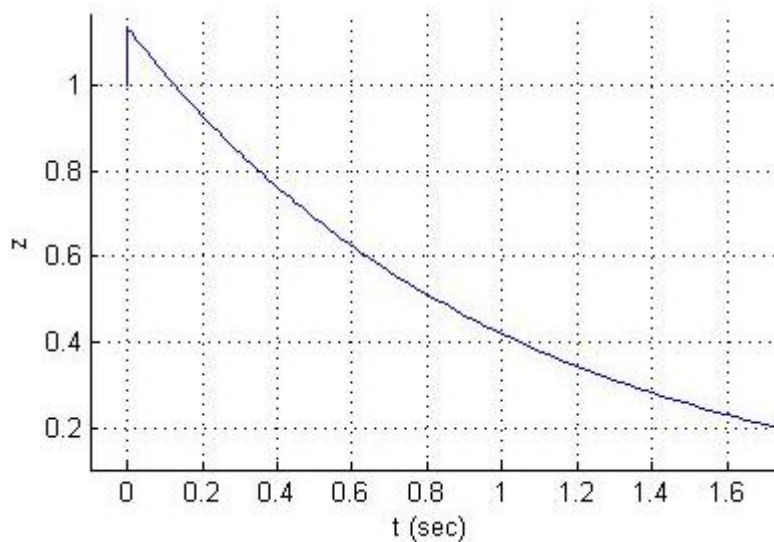
Διάγραμμα 1α: Συμπεριφορά του συστήματος παρά την παρουσία αμοντελοποίητων δυναμικών εξ' αιτίας του επανασχεδιασμένου ελεγκτή. Η έξοδος του συστήματος ως προς τον χρόνο σε sec.



Διάγραμμα 1β: Λεπτομέρεια της εξόδου του συστήματος.

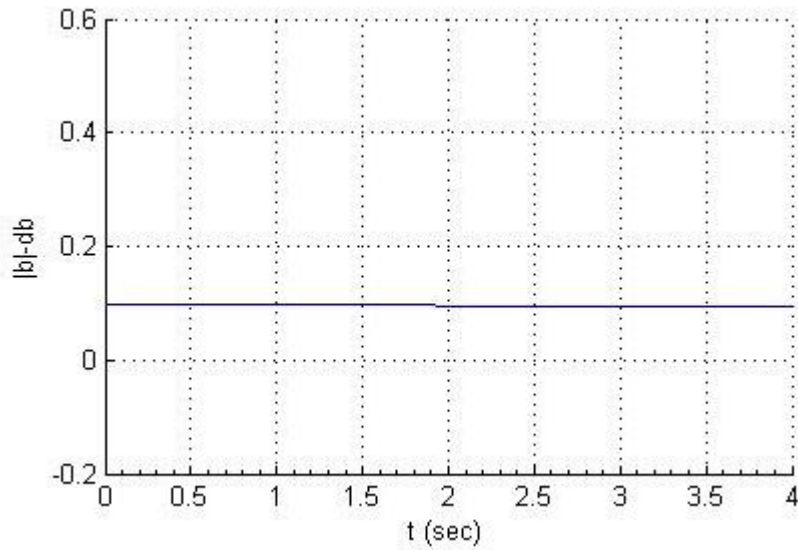


Διάγραμμα 2α: Η εξέλιξη της μη μετρήσιμης κατάστασης z ως προς τον χρόνο σε sec.

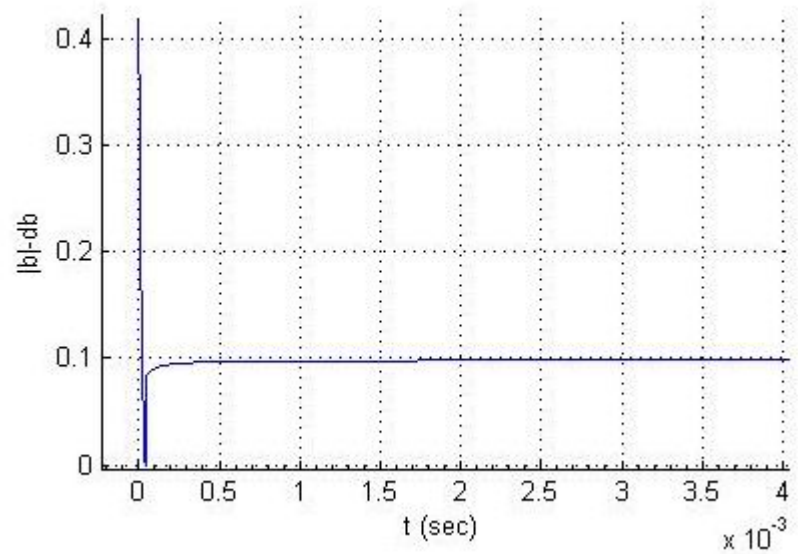


Διάγραμμα 2β: Λεπτομέρεια της z .

Προφανώς επιτυγχάνεται κανονικότητα γύρω από μία μικρή περιοχή του μηδενός για το x , ενώ το z καθίσταται φραγμένο. Στα ακόλουθα διαγράμματα παρακολουθούμε την στρατηγική επανεκκίνησης από τη διαφορά $|b(x, \hat{W}_b)| - \delta_b$. Όταν $|b(x, \hat{W}_b)| - \delta_b \leq 0$ λαμβάνει χώρα μία επανεκκίνηση στο διάνυσμα \hat{W}_b , σύμφωνα με τις (7.13)-(7.15):

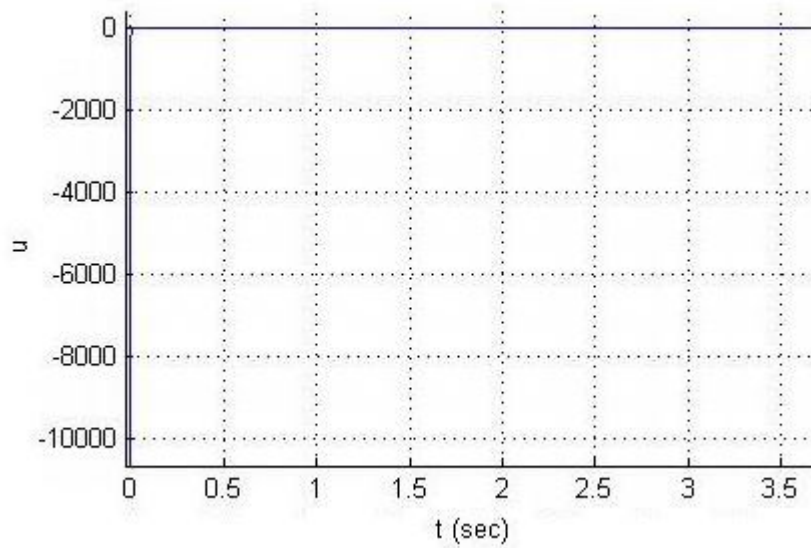


Διάγραμμα 3α: Συμπεριφορά του συστήματος παρά την παρουσία αμοντελοποίητων δυναμικών εξ' αιτίας του επανασχεδιασμένου ελεγκτή. Γράφημα του $|b(x, \hat{W}_b)| - \delta_b$. Όποτε $|b(x, \hat{W}_b)| - \delta_b \leq 0$ επανεκκινούμε το διάνυσμα \hat{W}_b .

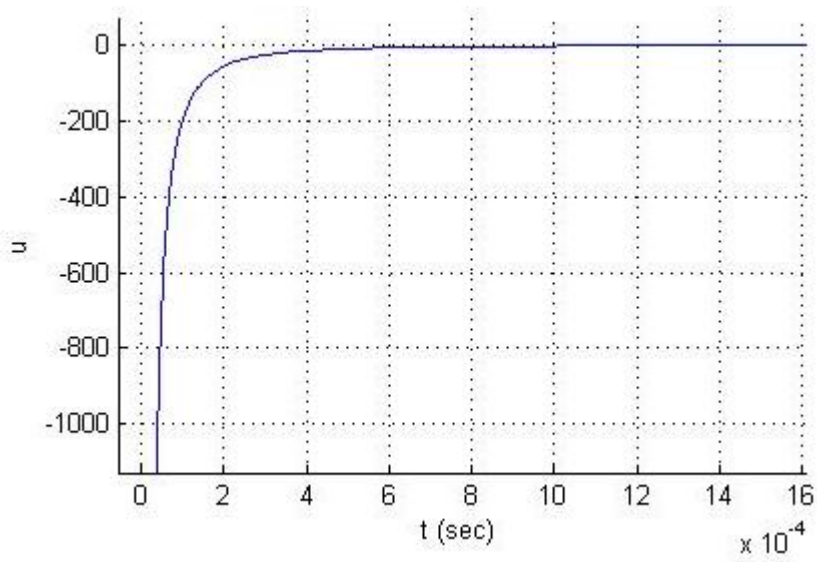


Διάγραμμα 3β: Λεπτομέρεια του γραφήματος του $|b(x, \hat{W}_b)| - \delta_b$.

Το αντίστοιχο σήμα εισόδου ελέγχου διαφαίνεται στο διάγραμμα 4:



Διάγραμμα 4α: Ο ευρωστοποιημένος ελεγκτής εισόδου.



Διάγραμμα 4β: Λεπτομέρεια του ελεγκτή u .

ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στην προηγούμενη ανάλυση λάβαμε υπ' όψιν το μη γραμμικό κέρδος $\gamma_2(|u|)$ στην (5.2) άγνωστο, και συνεπώς χρησιμοποιήσαμε την πιο συντηρητική συνθήκη (5.3). Εάν απ' την άλλη, έχουμε γνώση της μορφής της, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την (5.2). Τώρα, το νευρωνικό δίκτυο $W_c^{*T} S_c(|x|)$ χρησιμεύει για να προσεγγίσει τον όρο $\gamma_4(|x|)$ και ένα άλλο νευρωνικό δίκτυο $W_d^{*T} S_d(|x|)$ για να προσεγγίσει την $\gamma_3(|x|)$. Με αυτόν τον τρόπο,

$$\gamma_4(|x|) = W_c^{*T} S_c(|x|) + \omega_c(|x|), \quad \forall x \in \Omega$$

$$\gamma_3(|x|) = W_d^{*T} S_d(|x|) + \omega_d(|x|), \quad \forall x \in \Omega.$$

Μπορούμε ακόμη να χρησιμοποιήσουμε τον αρχικό ελεγκτή επανεκκίνησης (4.9) – (4.15) αλλά τώρα η (4.9) είναι ενισχυμένη με τον όρο

$$- \frac{[\hat{W}_c^T S_c(|x|) + \hat{W}_d^T S_d(|x|) \gamma_2(|u|)]}{|b^T(x, \hat{W}_b)|^2} b^T(x, \hat{W}_b)$$

όπου ο όρος \hat{W}_c δίνεται από την (6.5) και

$$\dot{\hat{W}}_d = -k_d \hat{W}_d + k S_d(|x|) \gamma_2(|u|)$$

και να αποδείξουμε τις ίδιες ιδιότητες του συστήματος που συνοψίζονται στο θεώρημα 2, χρησιμοποιώντας όμως αυτή τη φορά την υποψήφια συνάρτηση Lyapunov

$$L = kV(x) + \frac{1}{2} |\tilde{W}_a|^2 + \frac{1}{2} |\tilde{W}_b|^2 + \frac{1}{2} |\tilde{W}_c|^2 + \frac{1}{2} |\tilde{W}_d|^2.$$

Για την παρούσα εργασία, υιοθετήσαμε μία πρόσφατα αναπτυγμένη αρχιτεκτονική ελέγχου νευρωνικών δικτύων πολλών εισόδων – πολλών εξόδων (multi-input – multi-output, MIMO) ως αρχικό ελεγκτή για αφηνικά στον έλεγχο μη γραμμικά δυναμικά συστήματα με άγνωστες μη γραμμικότητες (affine in the control nonlinear dynamical systems with unknown nonlinearities) και τον επανασχεδιάσαμε ώστε να είναι εύρωστος ενάντια σε αμοντελοποίητες δυναμικές που καταστρέφουν την αφηνική δομή του αρχικού συστήματος. Ο προκύπτων ελεγκτής εγγυάται ότι η έξοδος του

συστήματος παραμένει ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη (uniform ultimate bounded) ως προς ένα συμπαγές σύνολο γύρω από την προέλευση, το οποίο μπορεί να είναι αυθαίρετα μικρό. Περαιτέρω, όλα τα άλλα σήματα του κλειστού βρόγχου παραμένουν ομοιόμορφα φραγμένα. Όλα αυτά επιτεύχθηκαν χωρίς την μέτρηση της κατάστασης της αμοντελοποίητης δυναμικής. Για το υποσύστημα αμοντελοποίητης δυναμικής κάναμε την υπόθεση ότι είναι πρακτικά σταθερό από είσοδο σε έξοδο (Input to Output practically Stable, IOpS).

Εντούτοις, καμία προγενέστερη γνώση σχετικά με οποιαδήποτε φραγμένη συνάρτηση δεν απαιτήθηκε. Επιπλέον, η κατάσταση της αμοντελοποίητης δυναμικής επιτρέπεται να τείνει στο άπειρο, υπό τον όρο ότι η κατάσταση του αρχικού συστήματος ή/και η είσοδος ελέγχου (nominal system state and/or the control input) επίσης τείνουν στο άπειρο.

Ο αρχικός ελεγκτής μπορεί να εφαρμοστεί στην αρκετά γενική κατηγορία αρχικών μη γραμμικών συστημάτων (εκείνων που είναι αφηνικά στην είσοδο ελέγχου), που περιλαμβάνει ως ειδικές περιπτώσεις δημοφιλείς μη γραμμικές δομές συστημάτων, όπως η καθαρή ανατροφοδότηση και η αυστηρή ανατροφοδότηση (pure-feedback and strict-feedback), υπό την προϋπόθεση ότι είναι σταθεροποιήσιμες. Η στρατηγική επανεκκίνησης (resetting strategy) με την οποία ο ελεγκτής είναι εξοπλισμένος παρακάμπτει το πρόβλημα της πιθανής διαίρεσης με το μηδέν, το οποίο μπορεί να εμφανιστεί δεδομένου ότι θεωρούμε άγνωστους διανυσματικούς τομείς με άγνωστα πρόσημα. Η ανάλυση σταθεροποιησιμότητας εξαρτάται έντονα από την ύπαρξη μιας συνάρτησης Lyapunov για το αρχικό σύστημα που προκύπτει ουσιαστικά από την υπόθεση σταθεροποιησιμότητας. Εντούτοις, καμία *a priori* πληροφορία δεν απαιτήθηκε για τη δομή της ή για τις μερικές παραγώγους της.

Η σημασία της προτεινόμενης προσέγγισης είναι ότι παρέχει μια διαδικασία για να επανασχεδιάσει εύρωστα αρχικούς ελεγκτές για μία αρκετά γενική κατηγορία μη γραμμικών συστημάτων με άγνωστες μη γραμμικότητες, παρουσία αμοντελοποίητης δυναμικής χρησιμοποιώντας νευρωνικά δίκτυα, παρέχοντας έτσι μία λύση στο πάγιο πρόβλημα της αντίστοιχης βιβλιογραφίας. Επιπλέον, η κλάση "αγνοημένης" δυναμικής (unmodeled dynamics) διευρύνεται περαιτέρω με την τοποθέτηση λιγότερο περιοριστικών υποθέσεων.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Εύρωστος επανασχεδιασμός νευρωνικού ελεγκτή παρουσία αμοντελοποίητων δυναμικών

Αυτή η εργασία παρουσιάζει έναν επανασχεδιασμό ελέγχου νευρωνικού δικτύου, ο οποίος επιτυγχάνει την εύρωστη σταθεροποιησιμότητα παρουσία αμοντελοποίησης δυναμικής, που περιορίστηκε να είναι Input to Output practically Stable (IOpS), χωρίς να απαιτείται οποιαδήποτε προγενέστερη γνώση σχετικά με οποιαδήποτε φραγμένη συνάρτηση. Επιπλέον, η κατάσταση της δυναμικής επιτρέπεται να είναι φραγμένη υπό τον όρο ότι το nominal system state και/ή the control input που εισάγεται είναι επίσης φραγμένα. Ο ελεγκτής νευρωνικού δικτύου είναι εξοπλισμένος με μια στρατηγική επανεκκίνησης (resetting strategy) για να αντιμετωπίζει το πρόβλημα της πιθανής διαίρεσης με το μηδέν, το οποίο μπορεί να εμφανιστεί δεδομένου ότι θεωρούμε άγνωστους διανυσματικούς τομείς με άγνωστα πρόσημα. Η έξοδος του συστήματος είναι ομοιόμορφα υπέρτατα φραγμένη (uniform ultimate bounded) ως προς ένα αυθαίρετα μικρό σύνολο, όπως και η φραγή όλων των άλλων σημάτων στον κλειστό βρόγχο.

SUMMARY

Robust Redesign of a Neural Network Controller in the Presence of Unmodeled Dynamics

Charalampidis Charalampos

**Department of
School of Mathematics, Aristotle University of Thessaloniki
54124, Thessaloniki, Greece**

This study presents a neural network control redesign, which achieves robust stabilization in the presence of unmodeled dynamics restricted to be input to output practically stable (IOpS), without requiring any prior knowledge on any bounding function. Moreover, the state of the unmodeled dynamics is permitted to go unbounded provided that the nominal system state and/or the control input also go unbounded. The neural network controller is equipped with a resetting strategy to deal with the problem of possible division by zero, which may appear since we consider unknown input vector fields with unknown signs. The uniform ultimate boundedness of the system output to an arbitrarily small set, plus the boundedness of all other signals in the closed-loop is guaranteed.

Παράρτημα

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για την εξομοίωση είναι ο ακόλουθος:

%Ο ορισμός των σιγμοειδών συναρτήσεων

```
function y=s1(x)

global ks11 ks12

y=2*ks11/(1+exp(-ks12*x)) - ks11;

function [y]=s2(x)

global ks21 ks22

y=2*ks21/(1+exp(-ks22*x)) - ks21;

function [y]=s3(x)

global ks31 ks32

y=2*ks31/(1+exp(-ks32*(x-1))) - ks31 + 0.5;
```

%Ο ορισμός των διανυσμάτων παλινδρόμησης

```
function s=sa(x)

s=[s1(x);
   s1(x)^2;
   s1(x)^3];

function [s]=sb(x)

s=[ s2(x) - 0.1;
   s2(x)^2 + 0.2];

function [s]=sc(x)

s=[ s3(x);
   s3(x)^2];
```

%Ο εύρωστος ελεγκτής

```
function [u]=control_law(a,b,g)
```

```
global k0
```

```
u=-((a+k0*g)/((norm(b))^2))*b';
```

%H συνάρτηση που θα λυθεί από την γλώσσα προγραμματισμού MatLab

```
function dxi=dokimi(t,xi)
```

```
global num_wa num_wb num_wc
```

```
global tt k ka kb kc kg k0
```

```
x=xi(1);
```

```
z=xi(2);
```

```
wa=[xi(3 : num_wa+2)]';
```

```
wb=[xi(num_wa+3 : num_wa+2+num_wb)]';
```

```
wc=[xi(num_wa+3+num_wb : num_wa+2+num_wb+num_wc)]';
```

```
saa=sa(x);
```

```
sbb=sb(x);
```

```
scc=sc(x);
```

```
a=wa * saa + wc * scc;
```

```
b=wb * sbb;
```

```
g=0.001 + kg*x^2;
```

```
u=control_law(a,b,g);
```

```
%f function
```

```
%-----
```

```
f=0.1*x^2 + x^3;
```

```
%G function
```

```
%-----
```

```
G=1 + x^2;
```

```
%D function
```

```
%-----
```

```
D=2*z*u + 0.6*sin(z*u + x);
```

```
%Γ function
```

```
%-----
```

```
Gamma=-z - x*u;
```

```
%-----
```

```
%dx=f + G*u + D
```

```

%-----UPDATE Wa -----
wa_dot= - ka * wa' + k * saa ;
%-----UPDATE Wb -----
wb_dot= - kb * wb' + k * sbb * u ;
%-----UPDATE Wc -----
wc_dot= - kc * wc' + k * scc ;

```

```

dxi=[f + G*u + D;
     Gamma;
     wa_dot(1 : num_wa);
     wb_dot(1 : num_wb);
     wc_dot(1 : num_wc)];

```

```

clc
fprintf('Time(sec)\t:\t\t %g\n',t)
waitbar(t/tt)

```

%H συνάρτηση event που λαμβάνει χώρα μόλις $|b(x, \hat{W}_b)| - \delta_b \leq 0$

```
function [value,isterminal,direction]=event(t,xi);
```

```

global db num_wa num_wb
x=xi(1);
wb=[xi(num_wa+3 : num_wa+2+num_wb)]';
sbb=sb(x);
b=wb * sbb;
value=norm(b)-db

```

```

isterminal=1;
direction=-1;

```

%H στρατηγική επανεκκίνησης

```
function x_res=resetting(xi,t)
```

```
global db d0 num_wb num_wa
```

```

x_res=xi;
x=xi(1);
wb=[xi(num_wa+3 : num_wa+2+num_wb)]';

```

```

sbb=sb(x);
s(1)=sign(wb(1)*sbb(1));
s(2)=sign(wb(2)*sbb(2));

```

```

if s(1)==s(2)
    if s(1)==1
        wb(2)= (1/sbb(2))*(db - wb(1)*sbb(1)) + d0 ;
    else

```



```

        wb(2)= -(1/sbb(2))*(db + wb(1)*sbb(1)) - d0 ;
    end
else
    if s(1)==-1
        wb(1)=-wb(1);
    end
    if s(2)==-1
        wb(2)=-wb(2);
    end
end

end

x_res(num_wa+3 : num_wa+2+num_wb)=wb;

```

%Τέλος, η προσομοίωση εν δράση

```

% Simulation for dokimi
% ode23t

clc;
clear all;
close all;
tic

global num_wa num_wb num_wc
global tt k ka kb kc kg k0 db d0
%db, d0 -> sto resetting
global ks11 ks12 ks21 ks22 ks31 ks32
%ta ksij, i=1,2,3, j=1,2 einai gia tis si(x)

%-----DESIGN PARAMETERS-----
%-----

k0=10; k=10; db=0.05; d0=0.001;

kg=500;

ka=0.001; kb=0.001; kc=0.001;

ks11=0.5; ks12=0.2; ks21=0.5; ks22=1.3; ks31=1; ks32=1.3;

num_wa=3; num_wb=2; num_wc=2;

%Init values
%-----

%x=1;
%z=1;
wa = 1 + (0) * rand(1,num_wa);

```

```

wb = 1 + (0) * rand(1,num_wb);
wc = 4 + (0) * rand(1,num_wc);

x0=[1; 1; wa' ; wb' ; wc'];

ww=[wa wb wc];
file='C:\MATLAB\work\weights3.out';
save (file,'ww','-ascii','-double','-tabs');

ww=load('C:\MATLAB\work\weights3.out');
x0=[1; 1; wa' ; wb' ; wc'];

%Time
%----
tt=input('Give time t:');
tspan=[0 tt];

%Run Simulation
%-----
h=waitbar(0,'Please wait ...');

options=odeset('RelTol',10^(-9),'Events','event');
te=0;
x=[];
t1=[0];
t=[];
while t1(end)<tt
%while t1(length(t1))<tt
    tspan=[te tt];
    %tspan=linspace(te,tt,1000);
    [t1,xx,te,x,ie]=ode23t(@dokimi,tspan,x0,options);
    if t1(length(t1))<tt
        x0=resetting(xe,te);
        fprintf('R E S E T T I N G ...');
    end
    x=[x;xx];
    t=[t;t1];
end

%Results
%-----

for i=1:length(t)

    wa=[x(i,3 : num_wa+2)];
    wb=[x(i,num_wa+3 : num_wa+2+num_wb)];

```

```

wc=[x(i,num_wa+3+num_wb : num_wa+2+num_wb+num_wc)];

bb=wb*sb(x(i,1));
norm_b(i)=norm(bb);
%wb1(i)=x(i,num_wa+3);

aa=wa*sa(x(i,1)) + wc*sc(x(i,1));
%aaa(i)=aa;

gg=0.001 + kg * x(i,1)^2 ;
%gg=1+ exp( - kg * (norm(x(i,1))) );
%aaaa(i)=gg;

ww=control_law(aa,bb,gg);
TT(i)=ww;

end

figure(1)
subplot(2,2,1); hold on; plot(t,x(:,1));grid on;title('x');
subplot(2,2,2); hold on; plot(t,x(:,2));grid on;title('z');
subplot(2,2,3); hold on; plot(t,norm_b - db);grid on;title('|b|-db');
subplot(2,2,4); hold on; plot(t,TT);grid on;title('u');

%figure (2)
%plot(t,aaaa);grid on;title('g(|x|)');

toc

```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ

- [1] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 1, pp. 4–27, Jan. 1990.
- [2] G. Cybenko, "Approximations by superpositions of a sigmoidal function", *Math. Control Signals Syst.*, vol. 2, pp. 303–314, 1989.
- [3] N. E. Cotter, "The Stone-Weierstrass theorem and its application to neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 1, pp. 290–295, Dec. 1990.
- [4] A. R. Barron, "Universal approximation bounds for superpositions of a sigmoidal function," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 39, pp. 930–945, May 1993.
- [5] M. M. Gupta and D. H. Rao, Eds., *Neuro-Control Systems: Theory and Applications*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994.
- [6] *Handbook of Intelligent Control: Neural, Fuzzy, and Adaptive Approaches*, D. A. White and D. A. Sofge, Eds., IEEE Press, Piscataway, NJ, 1994.
- [7] T. Poggio and F. Girosi, "Regularization algorithms for learning that are equivalent to multilayer networks," *Science*, vol. 247, pp. 978–982, 1990.
- [8] S. H. Lane, D. A. Handelman, and J. J. Gelfand, "Theory and development of high-order CMAC neural networks," *IEEE Control Syst. Mag.*, vol. 12, no. 2, pp. 23–30, 1992.
- [9] R. M. Sanner and J.-J. Slotine, "Gaussian networks for direct adaptive control," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 3, pp. 837–863, May 1992.

- [10] F.-C. Chen and C.-C. Liu, "Adaptively controlling nonlinear continuous time systems using multilayer neural networks," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, pp. 1306–1310, June 1994.
- [11] F.-C. Chen and H. K. Khalil, "Adaptive control of a class of nonlinear discrete time systems using neural networks," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, pp. 791–801, May 1995.
- [12] N. Sadegh, "A perceptron network for functional identification using radial Gaussian networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 4, pp. 982–988, Nov. 1993.
- [13] F. L. Lewis, K. Liu, and A. Yesildirek, "Neural net robot controller with guaranteed tracking performance," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 6, pp. 703–715, May 1995.
- [14] S. Jaganathan and F. L. Lewis, "Multilayer discrete time neural net controller with guaranteed tracking performance," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 7, pp. 107–130, Jan. 1996.
- [15] S. S. Ge and C. C. Hang, "Direct adaptive neural network control of robots," *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 27, no. 6, pp. 553–542, 1996.
- [16] C.-C. Liu and F.-C. Chen, "Adaptive control of nonlinear continuous time systems using neural networks: General relative dergee and MIMO cases," *Int. J. Control*, vol. 58, no. 2, pp. 317–335, 1993.
- [17] A. Yesildirek and F. L. Lewis, "Feedback linearization using neural networks," *Automatica*, vol. 31, no. 11, pp. 1659–1664, 1995.
- [18] M. M. Polycarpou and P. A. Ioannou, "Modeling identification and stable adaptive control of continuous time nonlinear dynamical systems using neural networks," in *Proc. ACC'92*, 1992, pp. 36–40.

- [19] M. M. Polycarpou, "Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, pp. 447–451, Mar. 1996.
- [20] G. A. Rovithakis and M. A. Christodoulou, "Adaptive control of unknown plants using dynamical neural networks," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 24, pp. 400–412, Mar. 1994.
- [21] G. A. Rovithakis and M. A. Christodoulou, "Direct adaptive regulation of unknown nonlinear dynamical systems via dynamical neural networks," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 25, pp. 1578–1595, Dec. 1995.
- [22] G. A. Rovithakis and M. A. Christodoulou, "Neural adaptive regulation of unknown nonlinear dynamical systems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B*, vol. 27, pp. 810–822, Oct. 1997.
- [23] G. A. Rovithakis, "Robust neural adaptive stabilization of unknown systems with measurement noise," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B*, vol. 29, pp. 453–458, June 1999.
- [24] G. A. Rovithakis and M. A. Christodoulou, *Adaptive Control with Recurrent High Order Neural Networks*, New York: Springer-Verlag, 2000.
- [25] G. A. Rovithakis, "Performance of a neural adaptive tracking controller for multi input nonlinear dynamical systems in the presence of additive and multiplicative external disturbances," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. A*, vol. 30, pp. 720–730, Nov. 2000.
- [26] G. A. Rovithakis, "Stable adaptive neuro control design via Lyapunov function derivative estimation," *Automatica*, vol. 37, no. 8, pp. 1213–1221, 2001.
- [27] G. A. Rovithakis, "Robust Redesign of a Neural Network Controller in the Presence of Unmodeled Dynamics," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 15, pp. 1482–1490, Nov. 2004.

- [28] M. Krstic, J. Sun, and P. V. Kokotovic, "Robust control of nonlinear systems with input unmodeled dynamics," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, pp. 913–920, June 1996.
- [29] Z. P. Jiang, I. Mareels, and J.-B. Pomet, "Controlling nonlinear systems with input unmodeled dynamics," in *Proc. 35th IEEE Conf. Decision Control*, 1996, pp. 805–806.
- [30] L. Praly and Y. Wang, "Stabilization in spite of matched unmodeled dynamics and an equivalent definition of input-to-state stability," *Math. Control Signals Syst.*, vol. 9, no. 1, pp. 1–33, 1996.
- [31] Z. P. Jiang and I. Mareels, "A small gain control method for nonlinear cascaded systems with dynamic uncertainties," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 42, pp. 292–308, Mar. 1997.
- [32] Z. P. Jiang, A. Teel, and L. Praly, "Small gain theorem for ISS systems and applications," *Math. Control Signals Syst.*, vol. 7, pp. 95–120, 1994.
- [33] M. Jankovic, R. Sepulchre, and P. V. Kokotovic, "CLF based designs with robustness to dynamic input uncertainties," *Syst. Control Lett.*, vol. 37, pp. 45–54, 1998.
- [34] M. Krstic, "Stability margins in inverse optimal input-to-state stabilization," in *Proc. Amer. Control Conf.*, Philadelphia, PA, 1998, pp. 1648–1652.
- [35] B. Hamzi and L. Praly, "Ignored input dynamics and a new characterization of control Lyapunov functions," *Automatica*, vol. 37, pp. 831–841, 2001.
- [36] M. Arcak and P. V. Kokotovic, "Robust nonlinear control of systems with input unmodeled dynamics," *Syst. Control Lett.*, vol. 41, pp. 115–122, 2000.

- [37] Z. P. Jiang and M. Arcak, “Robust global stabilization with ignored input dynamics: An input-to-state stability (ISS) small gain approach,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 46, pp. 1411–1415, Sept. 2001.
- [38] H. K. Khalil, “*Nonlinear Systems*”, New York: Maxwell Macmillan, 1992.
- [39] E. D. Sontag, “A universal construction of Artstein’s theorem on Nonlinear stabilization,” *Syst. Control Lett.*, vol. 13, pp. 117–123, 1989.
- [40] P. A. Ioannou and J. Sun, “*Robust Adaptive Control*”, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995.
- [41] S. Haykin, “*Neural Networks: A Comprehensive Foundation*”, Macmillan Publishing Company, N.Y., 1994.
- [42] M. T. Hagan, H. B. Demuth and M. Beale, “*Neural Network Design*”, PWS Publishing Company, Boston, 1996.
- [43] Minsky, M. & Papert, S. “*An Introduction to Computational Geometry*”, MIT Press, 1969.
- [44] Rosenblatt, F. “*Principles of Neurodynamics*”, Spartan Books, 1962.
- [45] Γιώργος Ρίζος, “*Τεχνητά νευρωνικά Δίκτυα – Θεωρία και Εφαρμογές*”, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1996.
- [46] Γρηγόριος – Τηλέμαχος Σταμκόπουλος, “*Νευρωνικά Δίκτυα και Χάος στην Ιατρική – Εφαρμογές στην Επεξεργασία του Ηλεκτροκαρδιογραφήματος*”, Διδακτορική Διατριβή 1010, Θεσσαλονίκη, 1999.

[47] Dr. Med. Γεώργιος Χαραλαμπίδης, “Τηλεϊατρική Μεταφορά Κολποσκοπικής Εικόνας (Telecolposcopy) και Νευρωνικά Δίκτυα στην Γυναικολογική Ογκολογία”, 9^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γυναικολογίας, Αλεξανδρούπολη, 2003.