



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ  
“ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΣΤΗ ΜΕΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ”

## ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ιωάννης Φ. Γιάκας

**Επιβλέπων:** Νικόλαος Καραμπετάκης  
Επ. Καθηγητής Α.Π.Θ.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 11 Μαΐου 2009.

|   |  |   |
|---|--|---|
| κ. Αντώνης-Ιωάννης<br>Βαρδουλάκης<br>Καθηγητής Α.Π.Θ. | κ. Μαρία Γουσίδου-<br>Κουτίκα<br>Αν. Καθηγήτρια Α.Π.Θ. | κ. Νικόλαος<br>Καραμπετάκης<br>Επ. Καθηγητής Α.Π.Θ. |
| .....   | .....  | .....   |

Θεσσαλονίκη, Μάιος 2009



**Ιωάννης Φ. Γιάκας**

**Πτυχιούχος Μαθηματικός Α.Π.Θ.**

Copyright © Ιωάννης Φ.Γιάκας, 2009.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι εκφράζουν τις επίσημες θέσεις του Α.Π.Θ.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στόχος αυτών των σημειώσεων είναι η προσπάθεια ένταξης της Θεωρίας Ελέγχου στη Μέση Εκπαίδευση. Προσπάθησα να δώσω βάση στις εικόνες και τις γνώσεις των μαθητών, για να γίνει εφικτό αυτό το μάθημα, από ένα καλό μαθητή Γυμνασίου και Λυκείου.

Έγινε μια μικρή ιστορική αναδρομή και μια αναφορά σε κάποια γεγονότα από όλο τον κόσμο που αφορούν αυτό το μάθημα καθώς επίσης και η σύνδεσή τους και με άλλα μαθήματα, εκτός των μαθηματικών.

Υπάρχουν δύο προτεινόμενα σχέδια μαθήματος για μαθητές Γυμνασίου και Λυκείου, κάποια ειδικά θέματα, όπως η κίνηση ενός παιδιού πάνω σε μια κούνια και η κίνηση κάθετα σε ένα ποτάμι. Επίσης υπάρχουν κάποια συμπεράσματα και προτάσεις, για το πώς είναι δυνατό να ενταχθεί αυτό το μάθημα στο συνολικό ωρολόγιο πρόγραμμα.

### ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:

Ανατροφοδότηση(έλεγχος)-σύστημα- ανοικτό σύστημα-κλειστό σύστημα-τεχνητή νοημοσύνη.

## **ABSTRACT**

The aim of these notes is the effort of the control theory to become a part in the education. I have tried to give attention to the pictures and the knowledge of the student in junior high school and a senior high school.

After there has been a short reference to the history background, some facts are mentioned from all over the world that are involved in this lesson and also their connection with other subjects except Mathematics.

There are two suggestive lessons plans for students in junior and senior high schools, some specific topics like the movement of a child on a swing and the movement across a river. There are also some suggestions and conclusions of how it is possible this lesson to become part in a whole timetable of junior high schools and senior high schools.

### **KEY WORDS:**

Feedback (control)- system- open loop-closed loop-artificial intelligence

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένειά μου, τη σύζυγό μου Φανή, την κόρη μου Αγγελική και το γιο μου για την υπομονή και ανοχή που δείξαν σ' όλη αυτή την προσπάθεια που έκανα, όλο αυτό το διάστημα.

Ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα αναπληρωτή καθηγητή κ. Καραμπετάκη Νικόλαο για την όλη του επίβλεψη και καθοδήγηση, καθώς επίσης και τα υπόλοιπα μέλη της Επιτροπής καθηγητή κ. Βαρδουλάκη Αντώνιο-Ιωάννη, την αναπληρώτρια καθηγήτρια κ<sup>α</sup> Γουσίδου-Κουτίκα Μαρία, καθώς επίσης την κ. Ραχώνη και την κ<sup>α</sup> Κοσμίδου. Θα ήταν αδικαιολόγητη παράλειψη από μέρος μου να μην αναφέρω τους συμφοιτητές που συνεργάστηκα, κατά τη φοίτηση, σ' αυτή την εργασία: την Χρύσα, την Κύρα, την Μαρία, τον Μιχάλη, τον Χάρη κ.α. καθώς επίσης και αρκετούς συναδέλφους της Μ.Ε. τη Γιώτα, το Γιάννη και μαθητές, για τη βοήθεια που μου προσέφεραν σ' αυτή την εργασία.-

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b> .....  | <b>4</b>  |
| <b>ABSTRACT</b> .....  | <b>5</b>  |
| <b>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</b> .....  | <b>6</b>  |
| <b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....  | <b>10</b> |
| <b>1. ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ</b> .....   | <b>11</b> |
| 1.1. Η ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ.....                              | 11        |
| 1.2. ΜΥΘΟΛΟΓΙΑ.....  | 12        |
| 1.3. ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΑ ΕΠΙΤΕΥΓΜΑΤΑ.....                                     | 14        |
| 1.4. ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ ~330 π.Χ.....          | 19        |
| 1.5. ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΩΝ ΑΡΧΑΙΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ .....                                 | 21        |
| 1.6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....  | 26        |
| 1.7. ΛΟΓΟΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΗΣ ΑΡΧΑΙΑΣ ΣΚΕΨΗΣ.....                           | 32        |
| 1.8. ΠΑΡΑΚΜΗ .....   | 33        |
| <b>2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΕΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ</b> .....                           | <b>34</b> |
| 2.1. ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΟΤΗΤΑ .....  | 35        |
| 2.2. ΣΗΜΑΤΑ .....  | 36        |
| 2.3. ΈΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΑΛΛΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ .....                                   | 37        |
| 2.4. Η ΔΥΝΑΜΗ ΤΗΣ ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗΣ .....                                | 39        |
| 2.5. ΟΙ ΧΑΡΕΣ ΚΑΙ ΟΙ ΚΙΝΔΥΝΟΙ ΤΗΣ ΑΥΤΟΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗΣ.....                 | 41        |
| <b>3. ΜΕΡΙΚΑ ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ</b> .....                         | <b>43</b> |
| 3.1. ΚΑΖΑΝΑΚΙ ΤΟΥ ΑΛΕΤΑΣ! .....  | 43        |
| 3.2. ΑΤΜ .....   | 45        |
| 3.3. ΡΟΜΠΟΤ ΠΟΥ ΠΑΙΖΟΥΝ ΤΟ ΠΟΔΟΣΦΑΙΡΟ.....                             | 45        |
| 3.4. ΑΥΤΟΝΟΜΑ ΟΧΗΜΑΤΑ: .....   | 47        |
| 3.5. ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ .....                         | 49        |
| 3.6. ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΣΤΑΔΙΟΔΡΟΜΙΕΣ ΣΤΑ ΕΝΣΩΜΑΤΩΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ MECHATRONICS |           |

|   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| .....   | 51                                  |
| 3.7. ΠΩΣ ΝΑ ΜΕΤΑΤΡΕΨΕΙ ΕΝΑ ΕΝΙΑΙΟ ΔΟΛΑΡΙΟ ΣΕ ΔΙΣΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ .....                           | 52                                  |
| <b>4. ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ.....</b>  | <b>ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.</b> |
| 4.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ .....  | 54                                  |
| 4.2. ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....  | 57                                  |
| 4.3. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΗΜΕΙΟΥ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ.....   | 62                                  |
| 4.4. ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΣΤΗ Μ.Ε. ΣΕ ΧΩΡΕΣ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ.....                                   | 63                                  |
| <b>5. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΟ ΣΧΟΛΕΙΟ.....</b>  | <b>ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.</b> |
| 5.1. ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (10 ΩΡΕΣ).....  | 74                                  |
| 5.2. ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (10 ΩΡΕΣ) .....  | 76                                  |
| 5.3. ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ .....   | 77                                  |
| 5.4. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ.....  | 79                                  |
| <b>6. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ.....</b>  | <b>ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.</b> |
| 6.1. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟΥ ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ.(ΑΒΕΤ) ..... | 82                                  |
| 6.2. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΕΚΒΑΣΕΩΝ.....   | 87                                  |
| 6.3. ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ ΣΤΟ ΣΠΟΥΔΑΣΤΗ.....  | 88                                  |
| 6.4. ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΛΕΓΧΟΥ.....   | 90                                  |
| 6.5. ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ.....  | 91                                  |
| 6.6. ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΗ ΣΥΜΒΟΥΛΗ.....   | 91                                  |
| 6.7. ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΣΕΙΡΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ .....                                      | 92                                  |
| 6.8. ΑΝΑΓΚΗ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗΣ .....                   | 93                                  |
| 6.9. ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΣΤΗ Μ.Ε .....   | 95                                  |
| <b>ΕΠΙΛΟΓΟΣ .....</b>   | <b>97</b>                           |
| <b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ .....</b>  | <b>102</b>                          |
| 1. ΚΟΥΝΙΑ .....   | 102                                 |
| 2. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΖΕΡΜΕΛΟ .....   | 110                                 |



|    |  |            |
|----|--|------------|
| 3. | ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ .....  | 112        |
| 4. | ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΙΔΙΟΤΙΜΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ ΣΤΗ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ(ΓΙΑ Γ΄<br>ΛΥΚΕΙΟΥ) ..... | 115        |
| 5. | (ΑΡΧΗ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΤΟΥ ΡΟΝΤΡΥΑΓΙΝ).....   | 119        |
|    | <b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>   | <b>121</b> |

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο άνθρωπος, προσπαθώντας να εδραιώσει την ύπαρξη του πάνω στον πλανήτη και να εξασφαλίσει την επιβίωσή του πάνω σ'αυτόν, θέλησε, ακόμη και για την αντιμετώπιση των πρώτων πρωτόγονων αναγκών του, να «ρυθμίσει» τη φυσική ροή των πραγμάτων, παρεμβαίνοντας στους ίδιους τους νόμους της φύσης. Ο βασικότερος ίσως από τους πολλούς λόγους που τον οδήγησαν σ'αυτή τη σειρά των πράξεων ήταν και ο εγωισμός ἔμφυτη δηλαδή τάση του να αποδεικνύει την κυριαρχία του, με απώτερο στόχο να τιθασει την ίδια τη φύση. Ξεκινώντας από την παρεμβολή του στη γεωργία (αλλάζοντας τη ροή ποταμών για να καλλιεργήσει γόνιμες εκτάσεις) μέχρι και την εξημέρωση κάποιων άγριων ζώων, βλέπουμε σαφώς την παρέμβαση του προϊστορικού ανθρώπου στο φυσικό περιβάλλον. Με τα πρώτα αρδευτικά έργα, έγινε η πρώτη προσπάθεια «ανατροφοδότησης» της καλλιέργειας, η σωστότερη εκμετάλλευση (και ορθολογικότερη) και χρήση των παραγωγών.

Η παρεμβολή του ανθρώπου ήταν κάτι δεδομένο από την ίδια του τη φύση ἡ το γνώρισμα της εξερεύνησης και της περιέργειας που τον διακατέχει κινεί τα νήματα της ζωής του και τον οδηγεί σε πειραματικές ενέργειες που δεν έχουν αρχικά ίσως συνειδητό λόγο ύπαρξης.

Σκοπός αυτής της εργασίας δεν είναι βέβαια η ιστορική αναδρομή της θεωρίας ελέγχου, αλλά θεωρώ αναγκαίο το γεγονός να αναφέρω την πορεία του ανθρώπου, την παρέμβασή του διαχρονικά στη φύση, την αγωνία του καθώς και την πορεία του μυαλού του, για να μπορέσει να επιβιώσει. Τη διαχρονικότητα και τη διαθεματικότητα όλης αυτής της προσπάθειας την βλέπουμε να συνεχίζεται και στη σημερινή εποχή, και θα συνεχίζεται όσο υπάρχει άνθρωπος πάνω στη γη και όσο η λογική του ικανότητα θα γεννάει καινούργιους προβληματισμούς.

Αφού κάνουμε μια ιστορική αναδρομή μέσα από την οποία θα

ορίσουμε και αρκετές βασικές έννοιες του ελέγχου γενικά, στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με τις εφαρμογές του ελέγχου στη θρησκεία, στην υγεία, στη φυσική, στη χημεία, στη πολιτική και στη γυμναστική. Ακολουθούν κάποια καθημερινά παραδείγματα αλλά και μια προσπάθεια προσέγγισης στη Μέση Εκπαίδευση(Μ.Ε), σε χώρες του εξωτερικού. Στη συνέχεια έχουμε δύο σχέδια μαθήματος για Γυμνάσιο και Λύκειο και το πρώτο μέρος τελειώνει με συμβουλές για το παιδαγωγικό μέρος της Θ.Ε. Στο παράρτημα αναφέρονται δύο παραδείγματα για προπτυχιακούς φοιτητές και κάποιες ακόμη έννοιες.

## 1. ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ

### 1.1. Η ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ

Ο μύθος λέει ότι οι Μητιονίδες του γένους της Μήτιδας, πρώτης γυναίκας του Δία, που δηλώνει πολύτροπη νόηση, προβλεπτικότητα αλλά και δόλο, συγγενεύουν με τους Παλαμάδες του γένους του Ηφαίστου για να προκύψουν έτσι οι πρώτοι μάστορες, δημιο-εργοί (αυτοί που προσφέρουν κάτι ωφέλιμο στο Δήμο). Έτσι προσφέρει ο Ήφαιστος τα μυστικά της τέχνης του, ενώ η Αθηνά(κόρη της Μήτιδος) τα μυστικά της Μήτιδος. Η ιστορική εξέλιξη της τεχνικής σκέψης, πραγματοποιήθηκε σε τρία στάδια. Το πρώτο στάδιο αφορά την εφεύρεση εργαλείων, δηλ. εκείνων των στοιχείων που επεκτείνουν την ανθρώπινη δύναμη, όπως το ρόπαλο, το ακόντιο και το δρεπάνι. Το δεύτερο στάδιο έχει να κάνει με την εφεύρεση των μηχανών, που σκοπό έχουν την επίτευξη ενός στόχου με τη βοήθεια εξωτερικής ενέργειας, όπως ενός τόξου ή ενός σκάφους. Το τελευταίο τεχνολογικό στάδιο έχει να κάνει με μηχανές που μπορούν να διαχειριστούν πιο σύνθετους στόχους, με τη βοήθεια εσωτερικής ενέργειας και εσωτερικού προγραμματισμού (**αυτόματα**).

Η λέξη αυτόματο είναι μια ομηρική λέξη <<Αυτόμαται δε πόλαι μύκον ουρανού>> (Ιλιάδα Ε 749). Μ'αυτό τον τρόπο ο Όμηρος προκαλεί τους προσωκρατικούς φιλοσόφους να ανακαλύψουν τα φυσικά αίτια που ωθούν ένα σώμα να κινηθεί μόνο του, χρησιμοποιώντας δική του ενέργεια και έλεγχο μέσω της ανατροφοδότησης. <<Παν μέρος της μηχανικής εν τη αυτοματοποιητική παραλαμβανόμενον>> λέει ο Ήρων στην εισαγωγή της Αυτοματοποιητικής του.

Στο πρώτο μέρος θα ασχοληθούμε επίσης με μύθους που υπήρχαν γύρω από αυτά τα αυτόματα, μέσω του Ομήρου. Φαντασία! Πιθανώς. Πάντως η φιλοσοφική ερμηνεία του κόσμου στην προσωκρατική περίοδο έχει να κάνει με τα τέσσερα φυσικά στοιχεία, νερό, αέρας, φωτιά και γη, τα οποία αποτελούν τα πρώτα στάδια της έρευνας γύρω από την εσωτερική ενέργεια. Στο δεύτερο μέρος θα ασχοληθούμε με κάποια επιτεύγματα των αρχαίων Ελλήνων, μηχανές που κατασκεύασαν για διάφορες εφαρμογές. Στο τρίτο μέρος θα ασχοληθούμε με κάποιες απόψεις και θεωρίες γύρω από την έννοια του συστήματος των αρχαίων Ελλήνων ενώ στο τέταρτο μέρος με συμπεράσματα πάνω στην αρχαία σκέψη, στα αυτόματα, στο Βέλτιστο Έλεγχο, καθώς και με την εφαρμογή τους πάνω στη φιλοσοφία, με τη μαιευτική μέθοδο του Σωκράτη.

## 1.2. Μυθολογία

Ο Όμηρος αναφέρει το αυτόματο εργαστήριο του Ήφαιστου που κάτω από τις διαταγές του, είκοσι φουσητήρες λειτουργούσαν αυτόματα, βγάζοντας κάθε φορά τον κατάλληλο αέρα για το λιώσιμο και επεξεργασία των διαφόρων μετάλλων: Ο Όμηρος αναφέρει <<τρίποδας είκοσι έτευχεν, χρύσεια δε σφ' ύπο κύκλα εκάστω πυθμένι θήκεν, όφρα οι αυτόματοι θεϊον δυσαίαιτ'αγώνα/θαύμα ιδέσθαι>> (Ηλιάδα Σ 376) για τον Ήφαιστο. Είχε επίσης και <<δύο χρυσές θεραπαινίδες, σκλάβες

μεταλλικές, με λογικό, φωνή και δύναμη, φτιαγμένες ειδικά για μπορούν τον κουτσοπόδαρο θεό να υποβαστάζουν>> (Ηλιάδα Σ 417)

(ii). Έχουμε επίσης αναφορές για δύο μυθικά ρομπότ, δύο αυτοκινητικές ανδρικές μηχανές, οι οποίες είχαν αίσθηση, ομιλία και δύναμη

-**δύναμη**: με τη δύναμη θέλουν να αιτιολογήσουν το πως κάποιες εντολές (νοητικές), γίνονται ισχυρές (μυϊκές). Ζητούμενο των πρώτων επιστημών ήταν το πώς θα κατασκευαστεί και θα χρησιμοποιηθεί μια μηχανή [έξυπνη και δόλια] <<τα τε ελάττονα κρατεί των μειζόνων>> (Αριστ.Μηχανικά 847 α22) έτσι ώστε ο άνθρωπος να ανυψωθεί έναντι των άλλων οργανισμών και να συνεχίσει την πορεία του διαχρονικά.

-**ομιλία**: αφορά την κατασκευή αυτών των μηχανών με ήχους

-**αίσθηση**: δηλ. η ιδιαίτερη εσωτερική δομή που οδηγεί στις επιδέξιες κινήσεις και στην αυτοεκμάθηση.

iii) Ο Όμηρος αναφέρει τη μυθική χώρα Scheria, ένα μέρος που μπορούν να κατασκευάσουν αυτόματα σκάφη, τα οποία χωρίς κανένα πιλότο καταλαβαίνουν και ξέρουν πού πρέπει να πάνε. <<στα πλοία του τα κατασκευασμένα με σκέψη, στα πλοία με την νοημοσύνη (τιτυσκόμεναι φρεσί νήες) πλοία που δεν έχουν ούτε κυβερνήτες ούτε πηδάλια σαν τα άλλα καράβια, αλλά με εξαιρετική ταχύτητα διανύουν τις θαλάσσιες αποστάσεις, ακόμη και όταν έχει σκοτάδι και συννεφιά, και ποτέ δεν υπάρχει φόβος να πάθουν βλάβη ή να χαθούν>>(Οδυσσεια Θ 556).

Η κατασκευασμένη σκέψη, η τεχνητή νοημοσύνη, η δυνατότητα προγραμματισμού, η ανάπτυξη μιας τεχνολογίας, η οποία είναι ικανή να ελέγξει τη διαδρομή ενός σκάφους, με τη βοήθεια της ναυσιπλοΐας, με όργανα που είναι πέρα από τα συμβατικά, δεν είναι κάτι ξένο για τον Όμηρο.

(iv) Σαν προπομπό της ρομποτικής επίσης μπορούμε να αναφέρουμε τις αναφορές του Ομήρου και του Πλάτωνα για το Δαίδαλο που κατασκεύασε κούκλες για τα παιδιά του Μίνωα. Σαν βασιλικά παιχνίδια

δεν ήταν συνηθισμένα αλλά μπορούσαν να μιλάνε και να κινούνται. Λέγεται μάλιστα ότι αναγκάζονταν να τις δένουν για να μην τους φεύγουν μακριά και τις χάνουν. Το ίδιο λέγεται και για τους μηχανικούς ανθρωπόμορφους φύλακες του Λαβύρινθου που κινούνταν με υδράργυρο.

ν) Ένα από τα πιο γνωστά αρχαία ρομπότ στην Ελλάδα ήταν ο διάσημος Τάλως. Κατασκευάστηκε από το Θεό Ήφαιστο σαν δώρο στο βασιλιά της Κρήτης, Μίνωα. Ο Τάλως ήταν τεράστιος, ανθρωπόμορφος και χάλκινος. Προστάτευε την Κρήτη από τους εχθρούς της και επέβλεπε την εφαρμογή των νόμων. Μπορούσε να κινείται πολύ γρήγορα και ήταν σε θέση να κάνει σε μια μέρα τρεις φορές τον κύκλο της Κρήτης (ταχύτητα περίπου 250km/h)

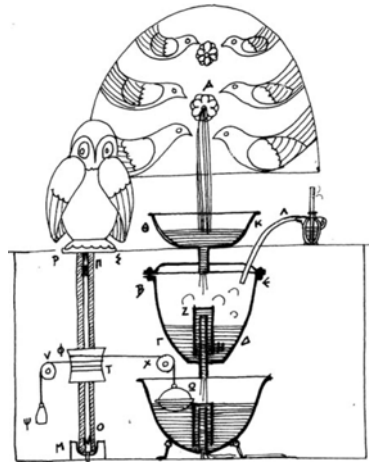
Από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε την ανησυχία των αρχαίων Ελλήνων, να δώσουν μια εξήγηση, έτσι ώστε οι τεχνίτες να απαλλαγούν από τη θρησκεία και το μύθο και να κάνουν ένα βήμα παραπάνω, μια πρώτη επαφή με την έννοια της τεχνολογίας και του ελέγχου.

### **1.3. Αρχαιολογικά Επιτεύγματα**

Η ανακάλυψη πολλών επιστημονικών, και όχι μόνο, αρχαίων κειμένων στην Ιωνία ήταν αποτέλεσμα της συσσώρευσης πολλών μεγάλων ανθρώπων σ' αυτή την περιοχή κατά την Ελληνιστική περίοδο.

Μια πρώτη (όχι χρονολογικά) κατασκευή έρχεται από τον Ερωδιό που περιγράφει τα υδραυλικά σιφώνια (το σιφώνιο και ειδικότερα το αξονικό σιφώνιο λειτουργεί ως υδραυλικός διακόπτης, επιτρέπει δηλαδή τον έλεγχο της στάθμης ενός δοχείου έτσι ώστε αυτή να μην μπορεί να υπερβεί μια ανώτατη τιμή) και ενός κοινού αυτομάτου, της πηγής, όπου πουλιά τραγουδούν και μια κουκουβάγια περιστρέφεται κοντά, μέσω των υδραυλικών σιφονιών, τα οποία είναι μηχανικά συστήματα κίνησης, αλλά και μέθοδοι για την παραγωγή ήχων. Το κινητό αυτόματο θέατρο του Ερωδιού με τις καταπληκτικές μετακινήσεις, όπως η ευθεία, η κυκλική κίνηση και η επιστροφή στην αρχική θέση, η παραγωγή ήχων και το

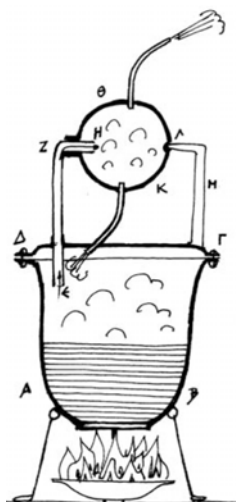
αυτόματο που περιβάλλει ένα βωμό με λουλούδια, δεν είναι τίποτα άλλο από μια ικανοποίηση του Ομήρου, που προετοίμαζε το έδαφος για όλα αυτά τα αυτόματα.



Κάποιες άλλες κατασκευές ήταν οι εξής:

(α) πνουλκός: Όργανο που χρησίμευε για υποκλυσμούς και ενέσεις, αλλά και για την απομάκρυνση του πύου.

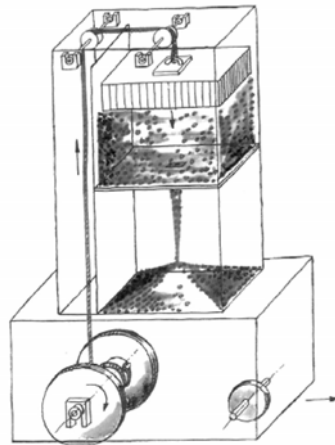
(β) αιολόσφαιρα: μέσω ενός βραστήρα, το νερό ατμοποιούνταν και ο ατμός, μέσω δύο λυγισμένων σε ορθή γωνία σωλήνων, κατέληγε σε μια σφαίρα με ειδικές βαλβίδες, κάνοντάς την να κινείται κυκλικά, <<Πάνω από θερμαινόμενο λέβητα, περιστρέφεται σφαίρα σταθερά προσαρμοσμένη σε περιστρεφόμενο άξονα>> (Ηρων Πνευματικά Β 11).



(γ) Φλογοβόλος των Βοιωτών: Η πρώτη φλογοβόλος μηχανή της

ιστορίας.

(δ) Δρομόμετρο του Ήρωνα: Κατά πάσα πιθανότητα, εφεύρεση του Αρχιμήδη, χρησιμοποιούνταν για τη μέτρηση των αποστάσεων, ενώ μια μεταγενέστερη παραλλαγή του, το ναυτικό δρομόμετρο, χρησίμευε στη μέτρηση θαλάσσιων αποστάσεων. Η μέτρηση γινόταν με τη χρήση γρاناζιών.



(ε) Ο υπολογιστής των Αντικυθήρων: Εκπληκτικό και πανέμορφο μετρητικό όργανο που κατασκευάστηκε το 80 π.Χ. στη Ρόδο, στη σχολή του Απολλώνιου. Είναι ένας μοναδικός στην ιστορία της παγκόσμιας τεχνολογίας, μηχανισμός που βρέθηκε στο ναυάγιο των Αντικυθήρων και ανελκύστηκε το 1901 από σφουγγαράδες της Σύμης. Διέθετε 30 διαφορετικά γρανάζια, τα οποία έμπαιναν σε λειτουργία από έναν άξονα στο πλάι του μηχανισμού έκκεντρα τοποθετημένου και τους τροχούς, που ήταν οργανωμένοι επικυκλοειδώς και κινούνταν με διαφορετική ταχύτητα και έδειχναν τις κινήσεις του ήλιου και της σελήνης στο ζωδιακό. Κατά τον Άρθουρ Κλάρκ, αν η εξέλιξη της γνώσης, όπως αποτυπώνεται στον υπολογιστή των Αντικυθήρων, δεν είχε ανακοπεί, η επιστήμη θα βρισκόταν χίλια χρόνια μπροστά (βασίζόταν σε Βαβυλώνια μαθηματικά). Όμως στον αρχαίο ελληνικό κόσμο του 2<sup>ου</sup> αιώνα π.Χ ούτε το Γρίνουιτς υπήρχε, ούτε φυσικά ο μεσημβρινός που διέρχεται από αυτό. Οι Έλληνες αστρονόμοι είχαν προσδιορίσει ένα μεσημβρινό ο οποίος περνούσε από τη Ρόδο και την Αλεξάνδρεια και χρησιμοποιείτο



για να υπολογίζεται η απόσταση και η θέση διάφορων προορισμών. Με τον τρόπο αυτό και με τη βοήθεια του μηχανισμού, ήταν δυνατό να δημιουργούνται καινούργιοι χάρτες και να προσδιορίζεται με ακρίβεια πού ακριβώς βρίσκονταν οι ταξιδευτές σε σχέση με την Ελλάδα. Αν λάβουμε τώρα υπόψη μας το γεγονός ότι ο χαλκός την εποχή εκείνη ήταν ανακυκλώσιμος, μπορούμε να υποθέσουμε ίσως την ύπαρξη και άλλων παρόμοιων συσκευών.

(ζ) Ο Δίσκος της Φαιστού (το πρώτο έντυπο παγκοσμίως). Η γραφή έχει τυπωθεί σε πηλό με κινητά στοιχεία, όπως τα σημερινά τυπογραφεία.

(η) Η πετομηχανή του Αρχύτα (ιπτάμενο μηχανικό περιστέρι που πέταγε σε απόσταση 200 μέτρων), <<ξυλίνην πετομένην αυτομάτην περιστέραν>> (Αυλός Γέλλιος)

(θ) Το Ευπαλίνειο υδραγωγείο της Σάμου, το οποίο αποτελεί μνημείο για την ολοκληρωμένη εφαρμογή της Γεωμετρίας, της τοπολογίας, της Γεωδαισίας και της οπτικής στην αρχαία Ελλάδα, πολύ πριν από τον 6<sup>ο</sup> αιώνα π.Χ. Το όρυγμα αυτό είναι ένα τεράστιο έργο που κατασκευάστηκε στη Σάμο για την υδροδότηση της αρχαίας πόλης του Πυθαγορείου από μια πηγή, η οποία βρισκόταν περίπου 2,5km μακριά από την πόλη, πίσω από το υπάρχον όρος Κάστρο.

(ι) Μεγαλιθικά κτίσματα, όπως ο τάφος του Ατρέα στις Μυκήνες, τα Κυκλώπεια τείχη και το «Δρακόσπιτο» στην Όχη, λίθινων όγκων 122 τόνων, ενώ δεν υπάρχουν παρεμφερή κτίσματα σε μεταγενέστερες εποχές.

(κ) Εφαρμογές στη μηχανολογία, όπως εκτροπές ποταμών (Άλυν ποταμός από τον Θαλή τον 6<sup>ο</sup> αιώνα), κυματοθραύστες (στο λιμάνι της Σάμου, βάθους 35m και μήκους 335m), αποξηράνσεις λιμνών (λίμνη των Πτυχών/Δύκου στην Εύβοια), αποχετευτικά δίκτυα, υδραγωγεία, οχυρωματικά έργα.

(λ) Ο Κτησίβιος κατασκεύασε το αερότονο, μια μηχανή η οποία, συνδυάζοντας ένα ελατήριο και πεπιεσμένο αέρα, ήταν σε θέση να πετάει

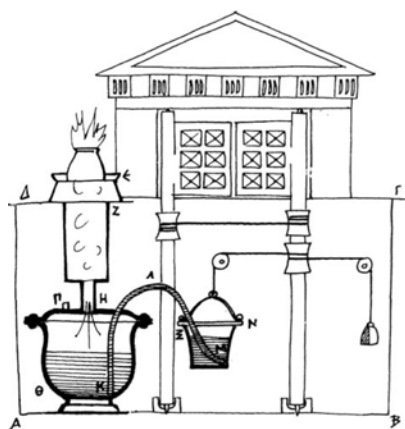
κατά διαστήματα. Το μηχάνημα αυτό, για πρώτη φορά στην ιστορία χρησιμοποιεί μεταλλικό κύλινδρο με έμβολο.

(μ) Ο Ήρων εκμεταλλεύτηκε και τη δύναμη του ανέμου. Η ανεμογεννήτρια του κινούσε μια εμβολοφόρο με την οποία λειτουργούσε μια υδραυλίσ (μουσικό όργανο).

(ν) Η αντλία του Κτησίβιου 2<sup>ο</sup> αιώνα π.Χ για την άντληση υγρών και αέρα, μέσω της δημιουργίας κενού αέρος στη λεκάνη και η υδραυλίσ (ένα μουσικό όργανο που είχε την ιδιότητα να παράγει παρατεταμένο ήχο), τον πρόγονο της υδραυλίδας του μεταγενέστερου μουσικού εκκλησιαστικού οργάνου.

(ξ) Το ηλιακό και το υδραυλικό ρολόι (εξέλιξη αυτού το ρολόι του Κτησίβιου) όπου η συνεχόμενη λειτουργία εξασφαλιζόταν με μηχανισμό ίδιο μ'αυτό που υπάρχει σ'ένα καζάνι τουαλέτας. Ένα θαυμάσιο αρχαίο ρολόι, καταπληκτικής σκέψης είναι ο «Πύργος των Ανέμων» ή «Ωρολόγιο του Κυρρησίου».

(ο) Οι αυτόματες πόρτες του Ήρωνα, που βασίζονταν στη χρήση των ατμών για το άνοιγμα και κλείσιμο των θυρών, <<Ναός κατασκευάζεται, έτσι ώστε, μόλις ανάβει φωτιά σε βωμό, που βρίσκεται στην είσοδό του, και γίνει θυσία, οι πόρτες του ναού να ανοίγουν αυτόματα και μόλις σβήσει η φωτιά πάλι να κλείνουν>>(Ήρων Πνευματικά Α 38).



Η φωτιά ζεστάνει τον αέρα κάτω από το βωμό, ο οποίος έσπρωχνε το νερό από το ένα δοχείο στο άλλο. Το δεύτερο δοχείο ήταν κρεμασμένο κατάλληλα με σχοινιά και όταν γέμιζε με νερό τότε άνοιγαν οι πύλες,

ενώ όταν έσβηνε το νερό επέστρεφε στο αρχικό δοχείο. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα το κλείσιμο της πύλης.

(π) Ο φάρος της Αλεξάνδρειας (282 π.Χ.) όπου η ένταση της φωτεινής δέσμης αυξομειωνόταν ανάλογα με τις καιρικές συνθήκες, ήταν διακοπτόμενη και περιστρεφόμενη και γινόταν χρήση ενός συστήματος κοίλων χάλκινων κατόπτρων.

#### 1.4. ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ

##### ΕΛΛΑΔΑ ~330 π.Χ

Ξεκινώντας από την αρχαία Ελλάδα (κυρίως κατά την Ελληνιστική περίοδο) βλέπουμε όλη την ιστορική διαδρομή αυτών των εννοιών στην πρόωρη μορφή τους, για να καταστεί έτσι δυνατή η αξία και η χρησιμότητά τους στη σημερινή εποχή από μαθητές της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Η έρευνα και η φυσική εξέλιξη των εννοιών συστημάτων, μέσω των αρχαίων ελληνικών κειμένων και οι πηγές, έχουν αποκαλύψει ότι η τρέχουσα μορφή τους είναι μια φυσική εξέλιξη των πρωτόγονων διατυπώσεων. Η ιστορική ανασκόπηση έχει δείξει ότι αυτές οι έννοιες έχουν από την αρχή της ανθρώπινης ύπαρξης, μια προεξέχουσα θέση μέσα στη φιλοσοφική, επιστημονική και τεχνική σκέψη.

Η έννοια του συστήματος, είναι πλήρως φιλοσοφική έννοια, η οποία εντούτοις συνδέεται στενά με τη μέτρηση και τη διαμόρφωση και γίνεται διαγνωστικά. Η εκτίμηση έτσι και ο έλεγχος, υποστηρίζουν την τεχνολογία και την αυτοματοποίηση. Τέτοιες έννοιες συναντώνται κατά κόρον στην αρχαία Ελλάδα και ειδικότερα σε θέματα, όπως η φιλοσοφία (σύνθεση, εποποιία), τα μαθηματικά (γεωμετρία), η ιατρική (Ιπποκράτης), η μηχανική, η τέχνη στα πολεμικά όπλα, η αστρονομία, η μουσική (αρμονία), η πολιτική (σύνταγμα, οργανωμένη κυβέρνηση) και η ποίηση (σύνθεση λυρικών ποιημάτων). Βλέπουμε έτσι τον τρόπο με τον

οποίο προσπάθησε ο άνθρωπος να πλησιάσει το άγνωστο, μέσω των συστημάτων. Είναι κάτι το φανταστικό! Η έννοια του συστήματος είναι υπονοούμενη σε πολλές πτυχές της αρχαίας Ελλάδας.

Η λέξη **σύστημα** προέρχεται από το αρχαίο ρήμα «**συν-ίστημι**» που σημαίνει:

-- καθιερώνω, ενώνω σε ένα, συνδυάζω, συνδέω, συνθέτω, διαμορφώνω, σταθεροποιώ

-- διατηρώ μια εντολή, διαμορφώνω το συμβαλλόμενο μέρος, δεσμεύω, αναμιγνύω.

Το σύστημα είναι ένα σύνολο από πολλά μέρη με κοινά χαρακτηριστικά, που συνεργάζονται αρμονικά για έναν κοινό σκοπό, μέσα σ' ένα περιβάλλον.

Για τους προσωκρατικούς φιλοσόφους, ο φυσικός κόσμος (από εδώ βγαίνει η λέξη κόσμημα που σημαίνει κάτι το όμορφο), προκύπτει ως διατεταγμένο σύστημα αποτελούμενο από τα βασικά στοιχεία που αλληλεπιδρούν και παράγουν μια ποικιλία από νέα φαινόμενα. Εξετάζουν τα βασικά στοιχεία, τη σύνθεσή τους, τις αναδυόμενες σχέσεις, τη δομή τους και τη γενική λειτουργία του συστήματος. Θέλουν να ξέρουν εάν το σύστημα αποτελείται από ένα ή περισσότερα στοιχεία, ποια είναι η ουσία αυτών των στοιχείων, η μεμονωμένη συμπεριφορά τους και οι διαδικασίες που πραγματοποιούνται, έτσι ώστε να οδηγήσουν αυτά τα στοιχεία στη δημιουργία διαφορετικών ιδιοτήτων.

Θέτουν έτσι τα πρώτα ερωτήματα:

(α) ποιά είναι η φύση του συστήματος;

(β) ποιά είναι τα βασικά, θεμελιώδη, αρχικά στοιχεία για τη δημιουργία ενός συστήματος;

(γ) σε ποια μέρη μπορεί το σύστημα να αναλυθεί;

(δ) πώς είναι το σύστημα που παράγεται και ποια η πρωταρχική αιτία της δημιουργίας; (ο λόγος της ύπαρξης του)

(ε) πώς το σύστημα λειτουργεί και πώς επεκτείνεται;

(στ) ποιά η σχέση του με άλλα συστήματα (περιβάλλον)

Ο πρώτος καθορισμός της έννοιας έχει δοθεί από τους Λάκωνες και τον Πυθαγόρειο Καλλικράτη στην εργασία του «*Περί οίκων ευδαιμονίας*» όπου εξηγεί τους διακριτούς ρόλους που έχουν σ'ένα σύστημα πληρώματος πλοίου, το πλήρωμα, το σκάφος, και ο καπετάνιος και ο ρόλος του καθενός. Ο κυβερνήτης λειτουργεί ως ελεγκτής και ο ναύτης ως ανάδραση. Ο Αριστοτέλης, μάλιστα, ξεχωρίζει στο ίδιο έργο τα δύο είδη των συστημάτων ελέγχου-τα ανοικτά και τα κλειστά, εκείνα της οδήγησης από εκείνα του αυτοελέγχου, τα δεχόμενα <κέλευσμα> από τα διαθέσιμα <προαίσθησιν>.

Αναφέρουν επίσης το σύστημα της οικογένειας ως ένα κοινωνικό σύστημα που το κάθε μέλος έχει το δικό του ρόλο και τις σχέσεις που τους συνδέουν έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ενότητά του. Έτσι ανόμοια στοιχεία ενώνονται (και στις δύο περιπτώσεις) με τρόπο βέλτιστο. Κάθε οικογένεια έχει τρεις πλευρές: (α). «η εξάρτησις», ο εξοπλισμός, (β). «η συναρμογή», η σύνθεση και η σχετικότητα (γ). «η αφή και χρήσις», η αίσθηση (τα αποτελέσματα του συστήματος).

## 1.5. ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΩΝ ΑΡΧΑΙΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ

Υπάρχει γενικότερα η έννοια του αυτοελέγχου, του κύκλου, του κλειστού βρόγχου, της ανάδρασης και της αυτοαναίρεσης. Του ελέγχου που δεν αρκείται μόνο σε μια απλή εξωτερική εντολή, αλλά που εξασφαλίζει στο σύστημα μια συνεχή ευσταθή επιθυμητή λειτουργία. Έτσι συνδέονται μέσα σε έναν αέναο εσωτερικό κύκλο όχι μόνο η αιτία με το αποτέλεσμα αλλά και ανάστροφα ` το αποτέλεσμα δηλαδή με την αιτία που το προκάλεσε.

Ο Θαλής ο Μιλήσιος είναι αυτός που πρώτος εισάγει μια ανάλυση συστημάτων με την εισαγωγή της έννοιας της αναλογίας και κάνει την πρώτη ταξινόμηση των αφηρημένων γεωμετρικών μορφών. Θεωρεί το νερό όχι ως νεκρό θέμα, αλλά ως ένα ενεργό στοιχείο που αντέχει την ενέργεια. Αυτή η ενέργεια, η οποία είναι έμφυτη στην έννοια της κίνησης, καλείται ψυχή. Η ψυχή είναι σε μόνιμη κίνηση στη φύση

(αναζήτηση του καλύτερου).

Ο Αναξίμανδρος θεωρεί το σύστημα ως δυναμική οντότητα, μια χρονικά μεταβαλλόμενη (εξαρτημένη) κατάσταση με ακατάπαυστους μετασχηματισμούς, που αποτελείται από αντίθετες ιδιότητες, ζεστό-κρύο, ξηρό-υγρό. Με αυτό το σκεπτικό εισάγει την έννοια της απαραίτητης αιτίας για τη δημιουργία του συστήματος και αναφέρει την «αιώνια κίνηση», ως την αιτία που υποκινεί την κίνηση και είναι αρμόδια για όλες τις αλλαγές. Αρχή του ήταν η δυναμική ισορροπία μεταξύ αντίθετων μερών.

Στην ιατρική, ο Ιπποκράτης (ο πατέρας της Ιατρικής) ήταν ο πρώτος που εισήγαγε την ολιστική προσέγγιση στην ιατρική, αξιοποιώντας την έννοια της χρησιμοποίησης συστημάτων, όπως το ανθρώπινο σώμα. Αυτό τον οδήγησε σε φυσιοκρατική προσέγγιση της ιατρικής που ήταν σε αιχμηρή αντίθεση με τις θρησκευτικές απόψεις που υπήρχαν. Η μέθοδος ήταν να αγνοήσει όλες τις μεταφυσικές εξηγήσεις για την ασθένεια και να προσπαθήσει να ερμηνεύσει όλες τις ασθένειες ως φυσικά φαινόμενα που κυβερνώνται από τους φυσικούς νόμους. Θεώρησε έτσι το ανθρώπινο σώμα ως ένα γενικό σύστημα από τέσσερα συστατικά (αίμα, φλέγμα, κίτρινη χολή, μαύρη χολή) και βασιζόμενος στη σημασία της παρατήρησης, της διάγνωσης και της θεραπείας δημιούργησε ένα διαγνωστικό πρότυπο που στηριζόταν στην πειθαρχία και τη συνέχεια των διαφόρων συστημάτων με έναν ιεραρχικό τρόπο. Δημιούργησε έτσι ένα κύκλο, όπου κάθε προηγούμενη παρατήρηση ξαναγύριζε και αποτελούσε τη βάση για τη μελέτη μιας καινούργιας περίπτωσης. Η κατασκευή μιας τέτοιας εικόνας βασίζεται στη διάγνωση που είναι αποτέλεσμα της προσεκτικής έρευνας και λεπτομερούς εξέτασης, όλων των παραγόντων που θεωρούνται σημαντικοί. Παρατηρώντας τις ομοιότητες των συμπτωμάτων, οδηγήθηκε στην πρόγνωση και στην αύξηση της γνώσης. Πίστευε, επίσης, και στην αναλογία του κόσμου και του μικρόκοσμου. Επομένως, τα τέσσερα στοιχεία γη, αέρας, ύδωρ, φωτιά διαμορφώνουν και τα τέσσερα στοιχεία

του ανθρώπινου σώματος (αίμα, φλέγμα, κίτρινη και μαύρη χολή). Η υγεία δεν είναι έτσι τίποτε άλλο, από τη σωστή αναλογία αυτών των τεσσάρων στοιχείων και οποιαδήποτε διαταραχή τους (μη σωστή σχέση τους, διαταραγμένη αρμονία) προκαλεί τις διάφορες ασθένειες και την εμφάνιση του πόνου.

Ο Αναξιμένης πηγαίνει περαιτέρω και προσπαθεί να βρει σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών συστατικών όπως η κίνηση, η πυκνότητα και η θερμοκρασία. Η σύλληψη των συστημάτων του ακολουθεί έναν συνεχώς κυκλικό μετασχηματισμό.

Για τον Ηράκλειτο το σύστημα προσδιορίζεται από μια κολοσσιαία διαδικασία γεγονότων και αλλαγών και στρέφει την άποψή του στη δυναμική εξέλιξή του. Τα *«πάντα ρει»*, σύμφωνα με τον Ηράκλειτο. Εισάγει την πυρκαγιά ως πρωταρχικό στοιχείο, επειδή είναι τόσο ενεργή που τα μετασχηματίζει όλα, *«<<Διαφερόμενον εαυτώ, ξυμφέρεται-παλίντονος αρμονίη>>»*. Ο Ηράκλειτος εισάγει μια θεωρητική προοπτική στην έννοια της αντίφασης και στην αλληλεπίδραση των αντίθετων στοιχείων. Ακριβέστερα, η έννοια της αντίφασης προκύπτει ως λειτουργικό στοιχείο, για να μπορέσει να εξηγήσει ερωτήσεις ζωτικής σημασίας του τύπου: «πώς και γιατί πραγματοποιείται η εξέλιξη του κόσμου» καθώς και το ότι τα πράγματα είναι συνδυασμός αντίθετων (στοιχείων-δυνάμεων) που λειτουργεί κάτω από μια εσωτερική ένταση. Ακόμα κι αν ένα πράγμα φαίνεται φαινομενικά αρμονικό, και καμιά κίνηση δεν είναι ορατή, στην πραγματικότητα αυτή η αρμονία είναι δυναμική. Μετακινήσεις στο εσωτερικό του σώματος οι οποίες επειδή αντιδρούν η μία μέσα στην άλλη γίνονται ανεπαίσθητες. Ο πόλεμος ή η σύγκρουση είναι κυρίως δημιουργική. Αυτό γίνεται γιατί η γενική και καθοριστική δύναμη που παρέχει ουσιαστική σύγκρουση μεταξύ των αντιθέτων, πετυχαίνει την ενότητα και την αρμονία της μεταβαλλόμενης

διαδικασίας .

Ο Εμπεδοκλής, ο Αναξαγόρας, ο Δημόκριτος θεωρούν το σύστημα ως ένα πολύπλοκο σύστημα. Ο Αναξαγόρας μιλά για συνθέσεις και αποσυνθέσεις.

Η θεωρία των ατομικών φιλοσόφων περιέχει επιπρόσθετα την έννοια της χρονικής εξέλιξης, όπου στο πρώτο στάδιο η μεγάλη συλλογή των ατόμων γίνεται σε ένα μεγάλο μπάλωμα από κενό, ενώ στο δεύτερο διαμορφώνουν μια περιστροφή ή μια δίνη για να προκύψει έτσι το σύστημα του κόσμου. Ο Εμπεδοκλής θεωρεί την φωτιά σαν ενέργεια, ενώ ο Αναξαγόρας προχωρά ένα βήμα περισσότερο και αποδίδει στα αρχικά στοιχεία απέναντι από τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα, αυτά που είναι υπό τον έλεγχο, ένα κύριο ελεγκτή, αποκαλούμενο **μυαλό-Νους**. Βάζουν έτσι τις βάσεις για έναν πρώτο ορισμό του συστήματος, όπου οποιοδήποτε σύστημα αποτελείται από τα αντίθετα και ανόμοια στοιχεία, τα οποία ενώνονται κάτω από ένα βέλτιστο έλεγχο και την επιστροφή του σ'ένα κοινό σκοπό.

Ο επιθυμητός κοινός σκοπός είναι ο στόχος που κυβερνά το σύστημα και διευκρινίζει την συμπεριφορά του. Η αναφορά ότι ένα σύστημα είναι μέρος ενός μεγαλύτερου συνόλου, εκφράζει την ενσωμάτωση ενός συστήματος σ' ένα περιβάλλον. Κατά συνέπεια, ένα σύστημα αποτελείται από τα στοιχεία του, τη δομή του, τον τρόπο που αυτά τα στοιχεία συνδέονται μεταξύ τους (από την άποψη των συγκεκριμένων σχέσεων και του επιθυμητού στόχου). Σκοπός του είναι η εκπλήρωση του στόχου που εξαρτάται από την καλή λειτουργία του συστήματος. Επιπλέον ένα σύστημα ενσωματώνεται πάντα σ'ένα ευρύτερο σύνολο.

Η έννοια του συστήματος δίνεται και από τον Καλλικράτη, όχι σαν ανοικτή αλλά σαν κλειστή συμπεριφορά συστημάτων ελέγχου βρόγχων με τα εξής χαρακτηριστικά:

-- το σύστημα αποτελείται από αντίθετα μέρη. Αυτό περιέχει την έννοια της αντίφασης



-- ενώνονται με έναν βέλτιστο τρόπο ο οποίος παίζει το ρόλο του ελεγκτή που στοχεύει στη βελτιστοποίηση

-- επιστρέφει στον κοινό στόχο δηλ. κρατά τη δυνατότητα επιστροφής (ανατροφοδότηση) η οποία οδηγεί στον αντικειμενικό στόχο και εξασφαλίζει την επιθυμητή ισορροπία και αρμονία.

Τα στοιχεία του συστήματος διαιρούνται σ'αυτά που κυβερνούν, στον ελεγκτή, και σε κείνα που είναι υπό έλεγχο. Στην περίπτωση των ζωντανών όντων τα στοιχεία είναι το σώμα και η ψυχή. Έτσι αφενός η ζωή είναι το επίκτητο όργανο του ανθρώπου, ενώ το σώμα είναι το έμφυτο και σχετικό όργανο της ψυχής. Εδώ ο ελεγκτής και ελεγχόμενος είναι κάτι που ποικίλει από άνθρωπο σε άνθρωπο, ανάλογα με τις προτεραιότητές τους. Από τις πρώτες θεολογικές ανησυχίες για το ποιος ελέγχει ποιον, η ψυχή το σώμα ή το αντίστροφο.

Ο Αριστοτέλης εισήγαγε την επιστημονική λογική, τη μεθοδολογία και ίδρυσε το πρώτο σχολείο της επιστημονικής και πειραματικής έρευνας. Αυτός ίδρυσε την επιστημονική μέθοδο, η οποία συνίσταται στην παρατήρηση, στη σύλληψη των γεγονότων και στη σημείωση των φαινομένων και όλων των ορατών και λογικών σχέσεων που πρέπει να ανακαλυφθούν για να διατυπωθεί έτσι ένας νόμος που διέπει τη φύση. Με άλλα λόγια, η έννοια της επιστημονικής έρευνας είναι με βάση μια μέθοδος απόδειξης. Εισάγει για πρώτη φορά την έννοια της πολυπλοκότητας στα συστήματα και τις διαπραγματεύσεις με τα σχετικά ζητήματα και τις ιεραρχικές μορφές οργάνωσης, των εννοιών και των αντικειμένων για την επίτευξη ορισμένων στόχων.

Σαν συμπέρασμα όλων αυτών των αναφορών είναι πρώτιστα ο τρόπος με τον οποίο αυτοί οι πρώτοι επιστήμονες πλησιάζουν το άγνωστο σύστημα του κόσμου και αποδίδουν στα συστήματα την έννοια της διαταγής και της ορθολογιστικής ικανότητας. Ένα σύστημα λοιπόν καθορίζεται από τα διαφορετικά στοιχεία, τη δομή και το στόχο που αφορά τη λειτουργία του, ενώ ένας έλεγχος καθορίζεται από τα αντίθετα στοιχεία του (βέλτιστος) και η αρχή ανατροφοδότησης για τον

απαιτούμενο στόχο.

Ιεραρχία είναι το κυρίαρχο χαρακτηριστικό γνώρισμα στο σύστημα της σκέψης που αναπτύσσεται. Το τελευταίο επίπεδο από την επίδειξη του Αριστοτέλη είναι η λογική που είναι ισοδύναμη με την προδιαγραφή της αιτίας ή του λόγου που εξηγεί το γεγονός σ'ένα σύστημα της σκέψης. Έτσι ο Αριστοτέλης διαιρεί τα εργαλεία σε μηχανές κι αυτόματα: σε αυτά που λειτουργούν κάτω από εξωτερική εντολή και εκείνα που έχουν στη διάθεσή τους εσωτερικό προγραμματισμό. Στους σύγχρονους όρους, αυτή η διάκριση περιγράφει τη διαφορά του ανοικτού και του κλειστού βρόγχου, αντίστοιχα.

## 1.6. Συμπεράσματα

Οι μηχανικοί της ελληνιστικής περιόδου θεώρησαν σαν εσωτερική δύναμη την ενέργεια. Η πιθανή ενέργεια μιας μειωμένης μάζας λόγω του βάρους της ή της ενέργειας που αποθηκεύει μια μάζα λόγω του ελατηρίου ή της ελαστικότητας της, χρησιμοποιείται ως κινητήρια δύναμη των αυτομάτων. Η δύναμη του ατμού, όπως θα δούμε και παρακάτω, δεν είναι κάτι το άγνωστο. Η ενέργεια που εκλυόταν μέσω της καύσης (και λογικά της μείωσης της μάζας), ήταν μια πρώτη σχέση που ένωνε το στοιχείο της γης με αυτό της πυρκαγιάς, της ενέργειας που ελευθερωνόταν.

Το πρόβλημα όμως του ελέγχου παρέμενε δύσκολο. Η διαδικασία ελέγχου ενός αυτοκινούμενου σώματος, απαιτεί:

- προσδιορισμό ενός βέλτιστου, επιθυμητού και ορισμένου λόγου,
- τη δυνατότητα μέτρησης της ανίχνευσης και της επαλήθευσης από την πραγματική συμπεριφορά του ελεγχόμενου συστήματος,
- τη δυνατότητα σύγκρισης, μεταξύ αυτής της συμπεριφοράς και του προκαθορισμένου στόχου,
- τη διατύπωση ενός κριτηρίου, ενός κανόνα ή νόμου που επιτρέπει την προσέγγιση της συμπεριφοράς του συστήματος στο βέλτιστο στόχο

και

-την εφεύρεση, το σχέδιο και την κατασκευή ενός τέτοιου εσωτερικού και αυτόματου μηχανισμού ελέγχου που να εξασφαλίζει την επιθυμητή συμπεριφορά του αυτοκινούμενου συστήματος.

Οι προσωκρατικοί φιλόσοφοι έθεσαν τα θεμέλια για τη θεωρητική λύση αυτού του προβλήματος ελέγχου. Ο έλεγχος είναι μια αντιφατική διαδικασία. Η απλή, ευθεία λογική, σύμφωνα με την οποία η αιτία οδηγεί στο αποτέλεσμα δεν είναι αρκετή. Η διαδικασία της επιστροφής και της σύγκρισης μεταξύ αποτελεσμάτων και η παραγωγή της αιτίας περιλαμβάνει από μόνη της μια αντίφαση.

Η λύση έτσι του προβλήματος του ελέγχου δόθηκε μέσω μιας καινούργιας έννοιας, της εσωτερικής λογικής, «του νου», που γινόταν μέσω του ελέγχου ενώ αυτό της εσωτερικής ενέργειας μέσω αυτού που οι αρχαίοι ονόμασαν οι αρχαίοι «ψυχή». Πολλές φορές για να δείξουμε ότι κάποιος έχει διάθεση να κάνει κάτι μεγάλο, ότι έχει τη δύναμη και την εσωτερική ενέργεια, λέμε και σήμερα ότι «έχει ψυχή». Στην Ελληνιστική περίοδο λοιπόν λαμβάνει προσοχή και η έννοια του συστήματος. «Σύστημα λοιπόν είναι μια διασύνδεση, οργάνωση των αντικειμένων που ενσωματώνονται σ'ένα περιβάλλον». Σ'αυτό τον ορισμό αναφέρονται και πρωτόγονες έννοιες, όπως: αντικείμενο, σχέσεις-συνθετικότητα (τοπολογία) και περιβάλλον. Αυτό δείχνεται συμβολικά ως εξής:

**Σύστημα ↔ αντικείμενο-διασυνδέσεις-όρια-περιβάλλον.**

(γνώριζαν την έννοια του ορίου και της αντοχής ενός συστήματος)

Πρέπει να σημειώσουμε ότι είναι μια έννοια που έχει περαιτέρω εννοιολογικές προεκτάσεις αφού περιλαμβάνει άλλες θεμελιώδεις έννοιες και περιλαμβάνει θεμελιώδεις έννοιες που προέρχονται από την εμπειρία (την προηγούμενη γνώση). Η έννοια του συστήματος αναφέρεται σ'ένα επίπεδο πραγματικότητας, δηλ. το θεωρούμε ως φυσικό ή ως μια ανθρώπινη κατασκευή, το οποίο είναι μέρος του τομέα μας, της

πραγματικότητάς μας. Αυτή η παρατήρηση είναι ουσιαστική, δεδομένου ότι θα αναφέρουμε την έννοια των προτύπων συστημάτων. Αυτός ο καθορισμός έχει από μόνος του την έννοια της αφαίρεσης από τα βασικά, πρωτόγονα στοιχεία και έχει έτσι ένα γενικό περιληπτικό χαρακτήρα.

Ένα σύστημα ορίζεται συνήθως ως η ομαδοποίηση ανάμεσα σε διάφορα ανεξάρτητα αλλά αλληλένδετα αντικείμενα και το προϊόν αυτής της ομαδοποίησης γίνεται μια λειτουργούσα «οντότητα». Το σύστημα περιβάλλεται από το περιβάλλον με το οποίο βρίσκεται πάντα σε επικοινωνία, μέσω ενός ορίου συστημάτων. Οποιοδήποτε σύστημα αντιστοιχεί σε μια πραγματικότητα, που είναι μέρος του κόσμου, ανεξάρτητα αν είναι φυσικό ή τεχνητό (ανθρώπινη δημιουργία η πρότυπο σύστημα). Τα μέρη από τα οποία αποτελείται το σύστημα καλούνται αντικείμενα. Ένα αντικείμενο είναι μια γενική μονάδα που καθορίζεται από τις ιδιότητές του, και τις πιθανές σχέσεις μεταξύ τους. Τα αντικείμενα που υποτίθεται ότι ήταν οι πρώτες πρωτόγονες μορφές στοιχείων, καλούνταν μονάδες. Τα μέρη που αποτελούν το σύστημα συνδέονται το ένα με το άλλο μέσω μιας κοινής σχέσης. Αυτές οι σχέσεις δεν καθορίζονται απαραίτητως ή μπορεί να είναι πάντα αποδεκτές με τις αλληλεπιδράσεις του περιβάλλοντος ή να είναι ανεξήγητες σε σχέση με το χρόνο. Ιδιότητες που αλλάζουν μέσα στο χρόνο ή λόγω των γεγονότων καλούνται μεταβλητές. Οι μεταβλητές που καθορίζουν εξωτερικά το σύστημα λέγονται «εισαγωγές» και οι μεταβλητές που παρατηρούνται από έναν παρατηρητή καλούνται «αποτελέσματα». Τα αντικείμενα και τα συστήματα που παρουσιάζουν περισσότερο ενδιαφέρον είναι εκείνα για τα οποία οι μεταβλητές εξελίσσονται μέσα στο χρόνο και οι τιμές τους εξαρτώνται από το παρελθόν και την ιστορία του συστήματος. Τέτοια συστήματα αναφέρονται ως δυναμικά.

Τα συστήματα αντιστοιχούν στις φυσικές πραγματικότητες, αλλά μπορούν να αναφερθούν και σε μια τεχνητή κατασκευή ή την αφαίρεση. Ο παρατηρητής αποκτά τη γνώση για το σύστημα και μια επίσημη έκφραση αυτής της γνώσης αναφέρεται ως πρότυπο του συστήματος.

Δημιουργείται έτσι αυτό που σήμερα ονομάζουμε μια «εικονική πραγματικότητα» του συστήματος, μέσα από την οποία γίνεται κατανοητή η ίδια, οι έννοιες του συστήματος όπως και η λειτουργία του.

Ένα πρότυπο είναι μια αντιπροσώπευση ενός συστήματος, που αντιπροσωπεύει έτσι μια αφαίρεση της πραγματικότητας, όπως μέσω του παρατηρητή. Ο παρατηρητής είναι το πρόσωπο που βλέπει το σύστημα και προσπαθεί να δημιουργήσει ένα πρότυπο που απεικονίζει την πραγματικότητα. Ένα πρότυπο μπορεί να είναι μια καλή αντιπροσώπευση της πραγματικότητας αλλά η φύση του να μην συμπίπτει με την πραγματικότητα. Με την αντιπροσώπευση της πραγματικότητας με κάτι που μπορεί να ερμηνευθεί με τα μαθηματικά, μια γλώσσα διαμόρφωσης ή ακόμα ένα σχέδιο, ο χρήστης μπορεί να αρχίσει να καταλαβαίνει πώς λειτουργεί το σύστημα και πώς μπορεί αυτός να το χειριστεί, παρ' όλη την αλλοίωση κάποιων ιδιοτήτων του συστήματος που μπορεί να προέλθει από αυτή την προσομοίωση (του συστήματος). Ένα πρότυπο είναι μια συνάρτηση του παρατηρητή που εξαρτάται από την αφαίρεση ορισμένων χαρακτηριστικών γνωρισμάτων του συστήματος, εξαιτίας του πλαισίου που αναφέρεται: των στόχων, των δεξιοτήτων, των προκαταλήψεων και της διαθεσιμότητας και γενικότερα των μέσων που αφορούν στην κατάρτιση του προτύπου. Ένα πρότυπο είναι από μια άποψη η προβολή της πραγματικότητας, που αντιπροσωπεύει το σύστημα από ένα διάστημα μεγάλων διαστάσεων σ'ένα μικρότερης κατάστασης και γι'αυτό ένα πρότυπο δεν αντιπροσωπεύει πάντα όλες τις πτυχές της πραγματικότητας. Από αυτή την άποψη, το σύστημα μπορεί να αντιπροσωπεύεται από μια φυσική ή τεχνητή κατασκευή, η οποία για μια συγκεκριμένη μελέτη αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα.

Υπάρχει το εννοιολογικό πρότυπο που ορίζεται ως μια περίληψη που διευκρινίζει τη φύση των βασικών συστατικών του συστήματος (αντικείμενα, σχέση, περιβάλλον) μέσα από μια γενικότερη αίσθηση. Αυτή η διαδικασία στοχεύει στο να γίνει μια περιγραφή της φυσικής ή κοινωνικής πραγματικότητας, με σκοπό την κατανόηση και την

επικοινωνία. Εξετάζει τις προδιαγραφές του συστήματος, εσωτερικά και εξωτερικά. Από εσωτερικής άποψης, εξετάζει τα αντικείμενα, τις σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων, το σκοπό τους και αποστασιοποιώντας τα από το περιβάλλον τους. Είναι ένα πρώτο στάδιο της κατανόησης του συστήματος και δίνει μια ματιά στο πώς λειτουργεί βασικά χωρίς να μπει σε πολλές λεπτομέρειες. Είναι δηλ. μια προκαταρκτική φάση για τη διαμόρφωση μιας πληρέστερης μετέπειτα εικόνας.

Η κατηγορία των επίσημων προτύπων ορίζεται ως μια εξέλιξη των εννοιολογικών προτύπων, όπου γίνεται λόγος για πρόσθετη αναφορά πληροφοριών στην περιγραφή των τύπων δομών (σχέσεων) και τη φύση των μεταβλητών και της συμπεριφοράς τους (χρονική εξέλιξη από τις τιμές). Η κατηγορία των επίσημων προτύπων είναι πιο πλούσια και συχνά μπορεί να γίνει διάταξη σε υποκατηγορίες μερικών εννοιών της πολυπλοκότητας.

Τέλος, θα αναφέρω την επιστημονική λύση του προβλήματος ελέγχου μέσω του αφορισμού του Σωκράτη. <<Εν οίδα ότι ουδέν οίδα>> (Ξέρω ένα πράγμα, ότι δεν ξέρω τίποτα). Αυτό είναι αληθινό μόνο όταν εσωκλείει την έννοια του κύκλου ή με άλλες λέξεις, εισάγει την έννοια της ανατροφοδότησης. Μέσω της «μαιευτικής μεθόδου» του ο Σωκράτης ελέγχει τον συνομιλητή του, ώστε να εξάγει από αυτόν, με την κατάλληλη ερώτηση, την επιθυμητή απάντηση. Γενικά ο στόχος του Σωκράτη εξαρτάται από τους συνομιλητές που έχει μπροστά του. Στην περίπτωση των νέων, σκοπεύει να τους οδηγήσει στην αναζήτηση της σωστής κρίσης, ενώ στην περίπτωση των σοφιστών στοχεύει στο να αλλάξει τις απόψεις - το σκεπτικό τους. Και στις δυο περιπτώσεις, έχει ένα σκοπό, την επιθυμητή και καθορισμένη παραγωγή.

Ομοίως, ένα σύστημα ελέγχου όπου πρέπει να επιτευχθεί ο προκαθορισμένος στόχος, ακολουθεί την Σωκρατική μέθοδο. Έτσι στο σχέδιο συστημάτων ελέγχου όπου η ερώτηση που απαντιέται είναι «ποια είναι η κατάλληλη εισαγωγή ή ποιο είδος ρυθμίσεων πρέπει να γίνει ώστε να έχουμε την επιθυμητή παραγωγή» έχει υπόψη του την παραπάνω

μέθοδο. Άρα, σ' ένα κλειστό σύστημα ελέγχου βρόγχων που έχει ένα ελεγκτή, ο ελεγκτής παίζει το ρόλο του Σωκράτη, που θέτει πάντα τους κατάλληλους ελέγχους για την εξαγωγή των επιθυμητών αποτελεσμάτων και έτσι καθορίζει τον όρο της κυβερνητικής, ως τέχνη ελέγχου (ενός σκάφους, ενός άρματος, ενός στρατού ή μιας ολόκληρης πόλης).

Όλα αυτά είχαν σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη της Θεωρίας Ελέγχου. Η ιστορία της Θεωρίας Βέλτιστου Ελέγχου έχει τις ρίζες της στην ανάπτυξη ενός σημαντικού κλάδου των Μαθηματικών, του Λογισμού των Μεταβολών. Για το λόγο αυτό θα ξεκινήσουμε με μια αναφορά στο ιστορικό της γένεσης του σημαντικού αυτού κλάδου των Μαθηματικών, ενώ στη συνέχεια θα αναφερθούμε στο βασικό στόχο της Θεωρίας Βέλτιστου Ελέγχου.

Ο Βιργίλιος (70-19 π.Χ.) στην *Αινειάδα* αναφέρεται σε ένα πρόβλημα που είναι γνωστό στα Μαθηματικά ως *ισοπεριμετρικό πρόβλημα*. Πιο συγκεκριμένα, όταν η πριγκίπισσα Διδώ της Φοινίκης κατέπλευσε προς αναζήτηση ασύλου στα παράλια που είναι γνωστά σήμερα ως κόλπος της Τύνιδας, ζήτησε από τον τοπικό ηγεμόνα Ιάρβα, να αγοράσει τόση έκταση, όση μπορούσε να «κυκλώσει με τη δορά ενός ταύρου». Αφού η Διδώ τεμάχισε την δορά του ταύρου σε λεπτές λωρίδες, και κύκλωσε μια μεγάλη έκταση γης. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να διατυπωθεί και ως εξής:

«Να προσδιοριστεί το βέλτιστο σχήμα ενός τεμαχίου γης το οποίο, για δεδομένο μήκος  $l$  της περιμέτρου του, πρέπει να έχει το μέγιστο δυνατό εμβαδόν» Δηλαδή: «Μεταξύ όλων των τόξων με μήκος  $l$  τα οποία περιέχονται στην ημιλωρίδα  $0 \leq \chi \leq a$ ,  $v \geq 0$  και έχουν καθορισμένα άκρα  $(0,0)$  και  $(a,0)$  να βρεθεί ένα τόξο το οποίο, μαζί με το τμήμα  $v=0$ ,  $0 \leq \chi \leq a$  να περικλείει ένα χωρίο με το μέγιστο δυνατό εμβαδόν».

Ο πρώτος που ασχολήθηκε σοβαρά με προβλήματα βελτιστοποίησης ήταν ο Ήρων από την Αλεξάνδρεια (έζησε μεταξύ 150 μ.Χ. και 300 μ.Χ.). Ο Ήρων στο βιβλίο του με τίτλο *Κατοπτρικά* έδειξε ότι όταν το φως αντανakλάται από έναν καθρέφτη, η διαδρομή που ακολουθεί από το

αντικείμενο ως τα μάτια του παρατηρητή είναι η συντομότερη δυνατή από οποιαδήποτε άλλη διαδρομή. Επειδή το μέσο στο οποίο διαδίδεται το φως κατά τον Ήρωνα είναι ένα, η έννοια του συντομότερου είναι ταυτόσημη με την έννοια του ταχύτερου. Η μελέτη της μετάδοσης του φωτός μέσα από διαφορετικά μέσα και η διατύπωση ότι το φως ακολουθεί τη γρηγορότερη διαδρομή (που δεν είναι κατά ανάγκη και η συντομότερη από άποψη απόστασης) διατυπώθηκε αργότερα από τον Fermat (1601-1655). Η παραπάνω πρόταση μας τονίζει την αξία του ελέγχου από την προφανή απάντηση ότι γρήγορο = σύντομο.

## 1.7. ΛΟΓΟΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΗΣ ΑΡΧΑΙΑΣ ΣΚΕΨΗΣ

Πίσω από αυτή την ανάπτυξη υπήρχαν

α) Ορισμένες ευνοϊκές κοσμοθεωρητικές διαθέσεις

Κάθε λαός είχε τις δικές του απόψεις για τους θεούς του. Οι Έλληνες είχαν ανάμεσα σε αυτούς και το θεό Ήφαιστο. Πίστευαν ότι η τεχνολογία τους είχε δοθεί ως δωρεά από τους θεούς για διορθωτικές επεμβάσεις <<εντέχνου σοφίας>>. Δεν περιοριζόταν μόνο για χρηστικά αντικείμενα αλλά οραματίζονταν την επέκταση του σχεδιασμού ώστε να γίνουν αυτόματα. Ένας λαός με τέτοιες μυθοθησκευτικές πεποιθήσεις, διέθετε ήδη μια τεχνολογία αναπτυγμένη και μια υψηλή αξιακή αντίληψη για την τεχνολογία (τεχνοφιλία), κάτι που φαίνεται και από τα ευρήματα ενός τεράστιου πολιτισμού, του μυκηναϊκού.

β) Μια διαφορετική ανθρωπιστική στάση

Οι τάσεις για απομυθοποίηση της κοσμολογίας, η ανθρωποκεντρική τάση <<γνώθι σαυτόν>>, αλλά και η προβληματική των προσωκρατικών <<αν τα άλογα είχαν χέρια, θα ζωγράφιζαν το θεό τους άλογο>> (Ξενοφάνης B15) δείχνουν τη διαφορετικότητα τους. Η ρητή ανθρωποκεντρική θεμελίωση της Ηθικής του Αριστοτέλη <<Κανονίζομεν τας πράξεις ημών ηδονής και λύπης>> (Ηθ.Νικ.,1105 α 3) αλλά και η αδιαπραγμάτευτη στάση ζωής του Σωκράτη <<Ου το ζην περί πλείστον,



*αλλά το ευ ζην>>* (Κρίτων 48), όπως και ο φοβερός στίχος του Αισχύλου <<Δούλοι και υπήκοοι κανενός δεν είναι αυτοί>> (Πέρσες 22) ,θεμελιώνουν αυτή την άποψη.

γ) Ορισμένες υστερότερες πολιτικές και οικονομικές συγκυρίες

Η ενοποίηση των κρατών από το Μεγαλέξανδρο ,το γεγονός ότι οι μηχανικοί δεν ήταν πλέον κτηματίες ή στρατηγοί, οι πηγές ενέργειας που είχαν αρχίσει να διευρύνονται, καθώς και η ελληνοποίηση της γλώσσας βοήθησαν με τον τρόπο τους την ανάπτυξη. Κυριαρχούσε όμως ακόμη το προμηθεικό πάθος <<δια της Τεχνολογίας προς τον Άνθρωπο>> όπως το είχε διατυπώσει και ο Αριστοτέλης <<Αν τα όργανα, επειδή τα διατάσσουμε ή επειδή προαι-σθάνονται, επιτελούσαν τη δουλειά τους μόνα τους, δεν θα είχαν οι δεσπότες ανάγκη τους δούλους>> (Πολιτικά 1253 β 34-1254 α 2).

## 1.8. ΠΑΡΑΚΜΗ

Η πρόοδος της επιστημονικής σκέψης και του τεχνικού πειραματισμού κατά την Ελληνιστική περίοδο είναι πολύ μεγάλη, η οποία όμως δεν συνεχίστηκε στους μεταγενέστερους χρόνους. Σαν αίτια μπορούμε να αναφέρουμε ότι σε μια κοινωνία όπου ο τρόπος παραγωγής είναι κατ' εξοχήν δουλοκρατικός και ο φόβος για εξεγέρσεις των δούλων διαρκής, η χρήση μηχανών στην παραγωγή θα δημιουργούσε ένα τεράστιο πλεόνασμα εργατικών χεριών και ένα κοινωνικό πρόβλημα δισεπίλυτο, καθώς οι πρώην δούλοι, χωρίς δικαιώματα, θα περιφέρονταν ως παρίες στις πόλεις και στην ύπαιθρο. Από την άλλη μεριά, η κατά βάση αριστοκρατική δομή της κοινωνίας είχε δημιουργήσει την αντίληψη ότι η συσσώρευση πλούτου με τη μορφή κεφαλαίου ήταν κάτι κακό: ο πλούτος έπρεπε να δίνει κύρος στον κάτοχό του με τη μορφή πολυτελούς διαβίωσης ή ευεργεσιών, σε αντίθεση με αρκετούς αιώνες αργότερα, όπου στην Ευρώπη αναπτύχθηκε η έννοια του πλούτου μέσω συσσώρευσης κεφαλαίων. Οι επιστήμονες δεν επιζητούσαν τον πλουτισμό. Οποιαδήποτε περαιτέρω εκμετάλλευση από μέρους τους για

λόγους οικονομικούς, θα θεωρείτο ποταπή και κοινωνικά κατακριτέα. Εκτός όμως από τις κοινωνικές και ιδεολογικές αναστολές, υπάρχουν και πρακτικά ζητήματα που εμποδίζουν τη μαζικοποίηση της παραγωγής. Το σημαντικότερο ήταν η έλλειψη επαρκών πρώτων υλών.[1,2]

## **2. Εισαγωγή στη Μέση Εκπαίδευση**

Σκοπός αυτών των σημειώσεων (αυτής της εργασίας) είναι η εισαγωγή της Θεωρίας Ελέγχου (Θ.Ε) στη Μέση Εκπαίδευση (Μ.Ε) μέσω μιας διαθεματικής προσέγγισης. Το αντικείμενο δε στο οποίο αναφερόμαστε είναι αρκετά προσιτό στους μαθητές αλλά τα μαθηματικά που κρύβονται πίσω από αυτές τις απλώς σχετικές παρατηρήσεις δεν είναι τόσο εύκολα. Χρειάζεται πολύ καλές βάσεις στα Μαθηματικά, Μαθηματικά κυρίως Γ' Λυκείου και πρωτοετών φοιτητών Ανωτάτων Σχολών. Γι'αυτό προσπάθησα να χρησιμοποιήσω και να εκμεταλλευτώ τη γνώση και εφαρμογή απλών Μαθηματικών, που είναι προσιτά στους μαθητές και όχι να παγιδευτώ μέσα σε μια Μαθηματικοποίηση της Θεωρίας Ελέγχου. Για να το πετύχω, χρειάστηκε να κάνω μαθήματα τόσο στο Γυμνάσιο που δίδασκα (1<sup>ο</sup> Γυμν. Κρύας Βρύσης) όσο και στο Λύκειο (Β', Γ' Λυκείου) για να έχω μια πρώτη εικόνα γι' αυτό το μάθημα. Προσπάθησα να αξιολογήσω αυτή την προσπάθεια κάνοντας ένα test το οποίο θα παραθέσω παρακάτω, για να βγάλω κάποια συμπεράσματα όπως επίσης και για να προτείνω και κάποιες λύσεις. Χρειάστηκε να συνεργαστώ με αρκετούς συναδέλφους (Φυσικούς, Μαθηματικούς και Φιλολόγους) για να δω τι προτείνουν, ποιες είναι οι δικές τους σχετικές εμπειρίες πάνω σ' αυτό το μάθημα και πώς μπορεί αυτό να γίνει πιο προσιτό σε μαθητές Γυμνασίου και Λυκείου, κάτι που είναι και ο βασικός στόχος μου.

Γι'αυτό το λόγο θα προτείνω δύο σχέδια μαθήματος, διαφορετικά σε Γυμνάσιο και Λύκειο, επειδή γνωρίζω τις εικόνες που έχουν αυτά τα

παιδιά, καθώς επίσης και το μαθηματικό τους υπόβαθρο πάνω στο οποίο πρέπει να στηριχθούμε, αν δεν θέλουμε να αγνοηθεί παντελώς από τους μαθητές, από την κοινωνία αλλά και από το Υπουργείο αυτό το μάθημα. Πρέπει να γίνει πάνω στις δικές τους εμπειρίες (βιωματική μάθηση) για να έχει λόγο ύπαρξης και συνειδητή αξία. Να μην το κάνουμε δηλ. απόμακρο από το μέσο καλό μαθητή, κάνοντας πολλά Μαθηματικά (κάτι που φοβίζει τους περισσότερους μαθητές) αλλά να συγκινήσουμε όσο το δυνατό περισσότερους μαθητές για να τους οδηγήσουμε έτσι στο να δουν και τις πρακτικές εφαρμογές των Μαθηματικών.

## 2.1. ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΟΤΗΤΑ

Προτού εισάγουμε τους μαθητές στην έννοια της Θεωρίας Ελέγχου, θεωρώ φρόνιμο από την πλευρά μας να αναφέρουμε κάποια απλά παραδείγματα «ελέγχου» από την καθημερινότητά μας. Ας θεωρήσουμε ότι κάνουμε μια νοητή βόλτα στην εξοχή, μια όμορφη ανοιξιιάτικη μέρα. Όλες οι αισθήσεις μας λειτουργούν (αν δεν είμαστε άρρωστοι λόγω ιώσεων) άψογα. Η αίσθηση της αφής, της ακοής, της όρασης είναι οξυμένες, δημιουργώντας βαθιά μέσα μας ένα αίσθημα ευφορίας. Επειδή όμως ο Μάρτης είναι συχνά απρόβλεπτος, ένα ξαφνικό αεράκι και μια ανοιξιιάτικη βροχούλα χαλούν αυτή την όμορφη βόλτα. Βλέπουμε δηλ. κάποια αυτόματη αναπροσαρμογή των αισθήσεών μας και της διάθεσής μας. Ασυναίσθητα θα φορέσουμε το επανωφόρι μας (αν έχουμε προνοήσει να το πάρουμε), έχοντας κάνει ανατροφοδότηση στις ανάγκες μας εκείνη τη χρονική στιγμή. Κάνουμε μηχανικά μια ανατροφοδότηση των αναγκών μας, για τη βέλτιστη λειτουργία του οργανισμού μας (κρυώνουμε) προκειμένου να αντιμετωπίσουμε κάποιους εξωτερικούς παράγοντες.

Ένα άλλο παράδειγμα που μπορούμε να αναφέρουμε είναι η οδήγηση ενός αυτοκινήτου. Μπορούμε να αναρωτηθούμε πόσες σκέψεις και έλεγχοι περνούν από το μυαλό μας τη χρονική διάρκεια που βρισκόμαστε

στη θέση του οδηγού; Ο συνεχής έλεγχος της απόστασης από προπορευόμενα οχήματα ή από τις λωρίδες του δρόμου, η πορεία και ο προορισμός του αυτοκινήτου, οι αυτοματοποιημένες κινήσεις στα πεντάλ του αυτοκινήτου, κάθε άλλο από απλές λειτουργίες είναι. Και παρόλο που τις κάνουμε μηχανικά, θέτουμε το ερώτημα «τι δυνατότητες πρέπει να έχει μια μηχανή για να κάνει όλες αυτές τις κινήσεις.»

## 2.2. Σήματα

Ας δώσουμε αρχικά κάποιον ορισμό, για το τι είναι σήμα. Κάθε πληροφορία είναι ένα ιδεατό αντικείμενο και για να μεταδοθεί πρέπει να πάρει μια φυσική μορφή (να κωδικοποιηθεί) και να εγγραφεί σε κάποιο φυσικό μέσο. Η φυσική μορφή της πληροφορίας ονομάζεται **σήμα**.

Τα σήματα χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες.

A) Τα αναλογικά, όπου έχουμε συνεχείς τιμές

B) Τα ψηφιακά, όπου οι τιμές είναι διακριτές (από ένα αριθμήσιμο σύνολο), και είναι ποιο ανεκτά σε διάφορες διαταραχές.

Είναι ο τρόπος επικοινωνίας μεταξύ δύο αντικειμένων. Ένα σήμα μπορεί να είναι φυσικό. Παραδείγματος χάριν, όταν ρίχνουμε μια μπάλα του μπέιζ-μπωλ, ο βραχίονας σας στέλνει ένα σήμα στη σφαίρα, λέγοντας με ποιο τρόπο να πάει. Το σήμα είναι μια δύναμη που κάνει τη μπάλα να επιταχύνει. Ομοίως, η μηχανή σ' ένα αυτοκίνητο κάνει το αυτοκίνητο να κινηθεί, με το να στείλει ένα σήμα δύναμης.

Σήμα επίσης είναι και ένα «γειά σου» που λέμε σ' ένα φίλο μας. Άλλα σήματα μεταβιβάζουν πληροφορίες, όπως το ραδιόφωνο και η T.V. Όλα τα σήματα πρέπει να ταξιδέψουν κατά μήκος των καναλιών, και όλα τα κανάλια έχουν μια περιορισμένη ικανότητα. Υπάρχουν πολλές καθημερινές εργασίες που γίνονται με τη βοήθεια των σημάτων π.χ. μια μηχανή πώλησης, ένα μουσικό σήμα, ένα τηλεκοντρόλ.

Ένα **σύστημα** είναι διαφορετικό από ένα σήμα. Ένα σύστημα περιλαμβάνει το λιγότερο δύο σήματα, ένα σήμα είναι η εισαγωγή ενώ το άλλο σήμα είναι η παραγωγή. Μια μηχανή σόδας είναι ένα σύστημα. Τα

χρήματα που βάζουμε είναι η εισαγωγή και το δοχείο της σόδας που βγαίνει από τη μηχανή είναι η εξαγωγή. Τα φυσικά συστήματα έχουν τις συσκευές για να τις προωθήσουν να αποκριθούν στις εισαγωγές. Ένας ενεργοποιητής είναι μια συσκευή εισαγωγής και ένας αισθητήρας είναι μια συσκευή παραγωγής.

Μια σημαντική ιδιότητα των συστημάτων είναι το κέρδος, το οποίο συγκρίνει το μέγεθος του σήματος παραγωγής με το μέγεθος σήματος εισαγωγής. Ένα σύστημα έχει υψηλό κέρδος για τα σήματα εισαγωγής σε μια ορισμένη συχνότητα. Μια άλλη σημαντική ιδιότητα των συστημάτων είναι η μετατόπιση φάσης, η οποία συγκρίνει τη χρονική μετατόπιση των σημάτων εισαγωγής και παραγωγής. Ένα σύστημα λέγεται γραμμικό εάν η προσθήκη δύο εισαγωγών δίνει μαζί μια παραγωγή που είναι το ποσό των χωριστών αποτελεσμάτων.

Ο έλεγχος χρησιμοποιείται για να βελτιώσει την απόδοση ενός συστήματος. Εάν η παραγωγή ενός συστήματος δεν ακολουθεί μια επιθυμητή εντολή, κατόπιν το λάθος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αλλάξει την εισαγωγή έτσι ώστε η ανατροφοδότηση να βελτιώσει την εξαγωγή. Μια σημαντική χρήση του ελέγχου ανατροφοδότησης είναι η σταθεροποίηση, στο αν, τότε, και με πόσο κόπο ένα σύστημα αποκτά μια μόνιμη ιδιότητα (ενδεχομένως την επιθυμητή).

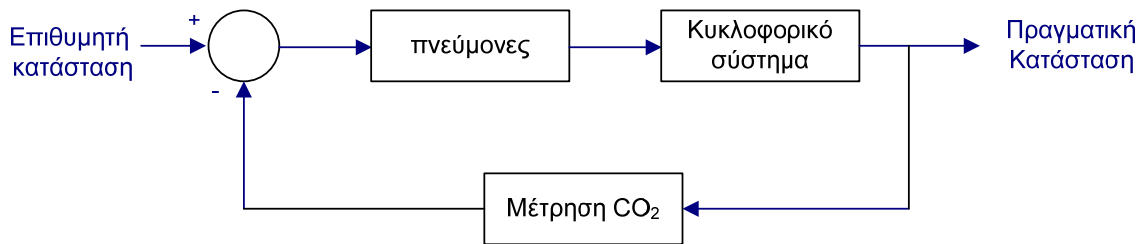
Οι έννοιες των σημάτων, των συστημάτων και του ελέγχου, δεν είναι φυσικά μόνο διαισθητικές έννοιες. Γίνεται όμως μια προσπάθεια σύνδεσης της καθημερινότητας με τη μαθηματική μελέτη και επεξεργασία σύνθετων απαιτήσεων.[3]

### 2.3. Έλεγχος και άλλα μαθήματα

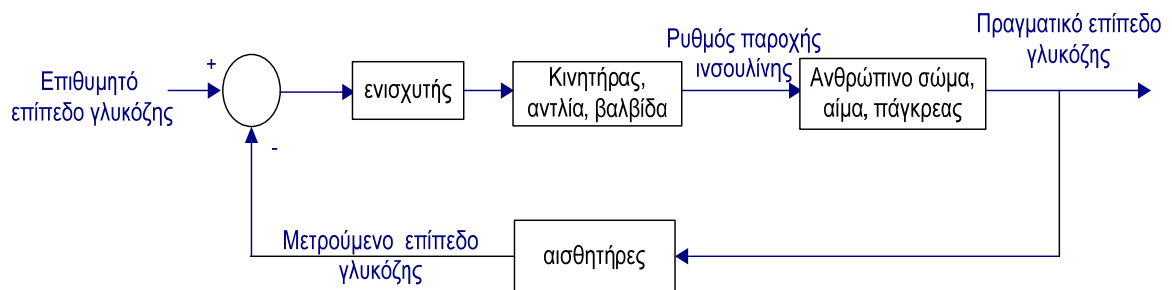
i) Θρησκεία: ελεκτή ↔ ελεγχόμενο , σώμα ↔ ψυχή

Ανάλογα με τα πιστεύω του καθενός, το σώμα ελέγχει την ψυχή ή το αντίστροφο.

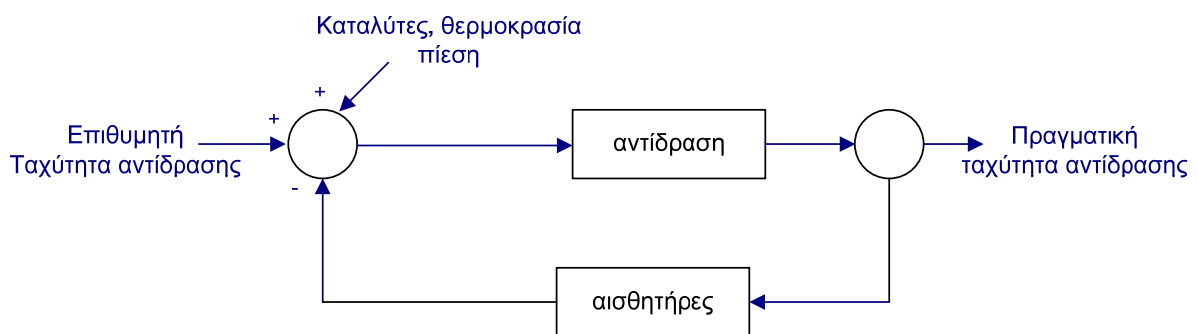
ii) Υγεία: Το αναπνευστικό σύστημα του ανθρώπου.



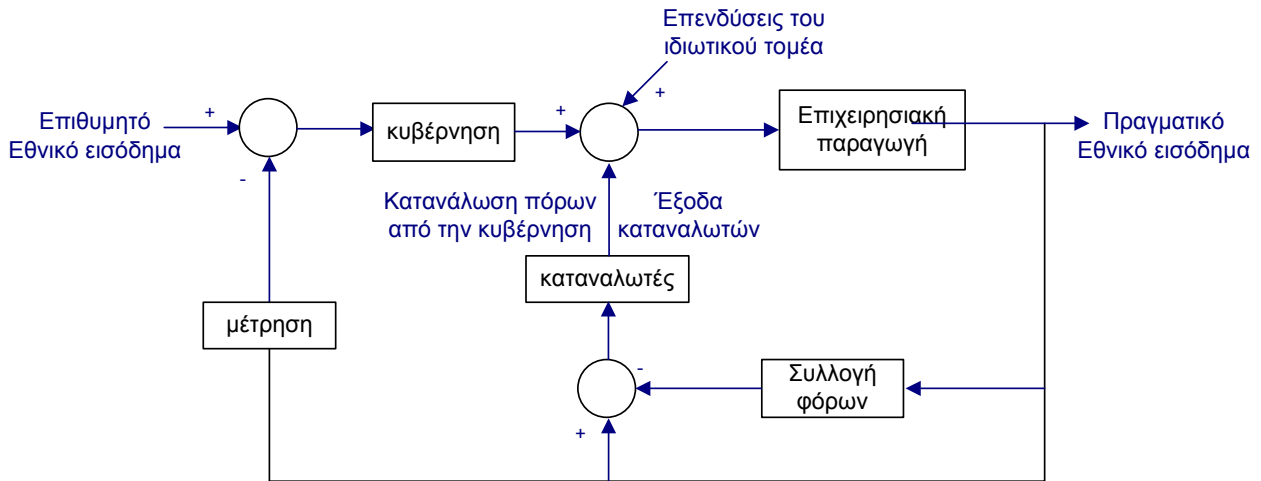
Παράσταση για τον έλεγχο της γλυκόζης στο αίμα.



iii) Χημεία

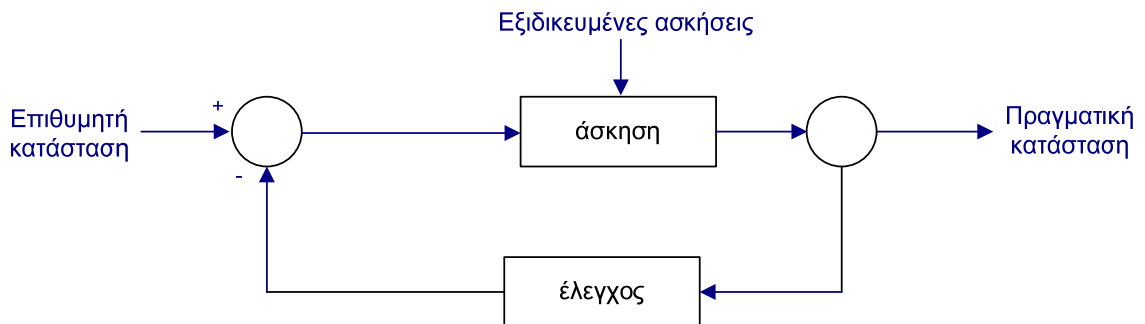


iv) Πολιτική



Έλεγχοι του Εθνικού Εισοδήματος (πριν την κρίση!).

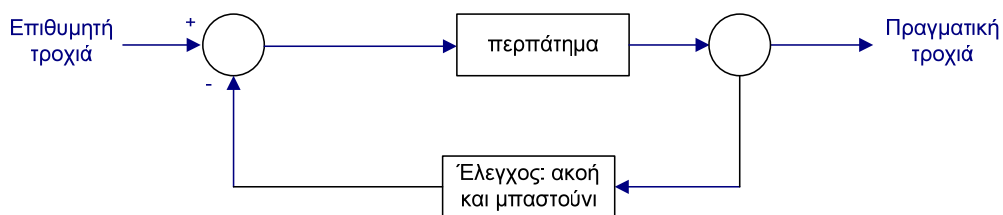
v) Γυμναστική



2.4. Η δύναμη της ανατροφοδότησης

Θα αναφέρουμε κάποια παραδείγματα που επεξηγούν τη χρήση της ανατροφοδότησης, συμπεριλαμβανομένου του περπατήματος, του κανό ζυγοστατών, του κανονισμού θερμοκρασίας σωμάτων και της αποφυγής

σύγκρουσης στα αυτοκίνητα. Κατά το περπάτημα, χρησιμοποιούμε τα μάτια μας για να αισθανθούμε τη θέση μας και να περπατήσουμε στο περιβάλλον. Ελέγχουμε συνεχώς τη θέση μας και τη συγκρίνουμε με την επιθυμητή τροχιά μας. Ρυθμίζουμε τα βήματά μας που κινούνται πιο κοντά προς την επιθυμητή τροχιά μας και που αποφεύγουν τα εμπόδια με τον τρόπο μας. Η υποστήριξη της τρέχουσας αισθανομένης θέσης μας και η χρησιμοποίηση αυτών των πληροφοριών για να προγραμματίσουν τα μελλοντικά βήματά μας αναφέρονται ως *στρατηγική ανατροφοδότησης*. Εξετάστε πόσο δύσκολο είναι για τους τυφλούς ανθρώπους να περπατήσουν, λόγω της απουσίας ανατροφοδότησης. Ένα ραβδί περπατήματος χρησιμοποιείται για να αντικαταστήσει μερικώς τις ικανότητες ανατροφοδότησης.

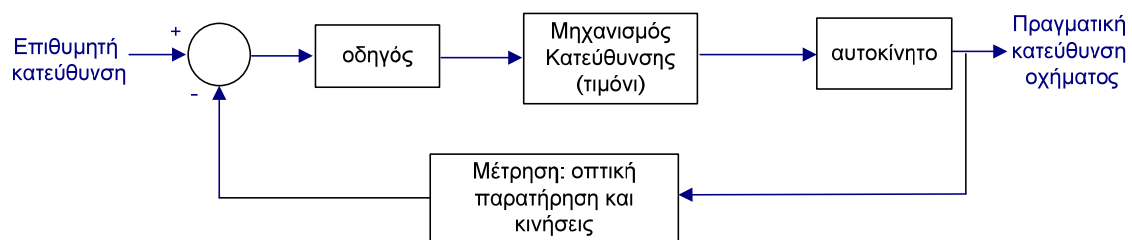


Η θερμοκρασία στο ανθρώπινο σώμα είναι ρυθμισμένη φυσικά. Εάν είμαστε στον ήλιο ή σε ένα κλιματιζόμενο δωμάτιο, η θερμοκρασία των σωμάτων μας μένει κοντά στην κανονική θερμοκρασία μας. Αυτή η κανονική θερμοκρασία μπορεί να ποικίλει από ένα άτομο σε ένα άλλο ή από χρόνο σε χρόνο στο βιολογικό κύκλο μας. Αυτό βέβαια ποικίλει λίγο ανάλογα με τις αλλαγές στο εξωτερικό περιβάλλον μας.

Ασφαλής απόσταση από άλλα αυτοκίνητα: Για να επιτύχουμε αυτό τον στόχο, πρέπει να ελέγξουμε την απόσταση και να τροποποιήσουμε τις ενέργειές μας ανάλογα με αυτό που αισθανόμαστε. Εάν επιθυμούμε να οδηγήσουμε 30 μέτρα πίσω από ένα άλλο όχημα, κατόπιν πρέπει να κοιτάξουμε για να δούμε εάν είμαστε πιο κοντά ή μακρύτερα από εκείνη την απόσταση και ρυθμίζουμε τη θέση μας αναλόγως. Πολυτελή αυτοκίνητα όπως η Mercedes ή τα πρότυπα Lexus έχουν τα συστήματα που αυτοματοποιούν αυτή τη διαδικασία με τη χρησιμοποίηση ενός



συστήματος ραντάρ οχημάτων το οποίο είτε προειδοποιεί τον οδηγό, είτε εφαρμόζει το μερικό φρενάρισμα. Εάν η απόσταση μεταξύ του αυτοκινήτου και του τοίχου μετρείται (από έναν sonar αισθητήρα) και εκείνες οι πληροφορίες χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν πώς να ελέγξουν τη μηχανή (ανατροφοδότηση), το αυτοκίνητο μπορεί πάλι να σταματήσει στην επιθυμητή απόσταση μακριά από τον τοίχο. Οι αισθητήρες, οι ενεργοποιητές και οι μικροελεγκτές χρησιμοποιούνται για να εφαρμόσουν τη στρατηγική ελέγχου.



Οι μηχανικοί ελέγχου λύνουν τα προβλήματα αυτόματου ελέγχου στην υπηρεσία της ανθρωπότητας χρησιμοποιώντας την επιστήμη, τα μαθηματικά, και τις αρχές και τις πρακτικές κατασκευής, μαζί με το λογισμικό και το υλικό. Εφαρμόζουν την εργασία τους σε ένα διαφορετικό σύνολο συστημάτων που μπορεί να έχει ηλεκτρικά, μηχανικά, χημικά, υδραυλικά, οικονομικά, ή βιολογικά χαρακτηριστικά. Ο αυτόματος έλεγχος είναι ένας συναρπαστικός τομέας της μελέτης. Είναι καθολικός, διεπιστημονικός, βοηθά στην ανάπτυξη συστημάτων για τη λύση των προβλημάτων, και επιτρέπει σε κάποιον να εργαστεί θεωρητικά και να αναπτύξει το λογισμικό.

## 2.5. Οι χαρές και οι κίνδυνοι της αυτοματοποίησης

Μερικοί βασικοί ορισμοί για το μέσο ακροατήριο σχολείων και γυμνασίου:

-- **σύστημα:** μια ομάδα αντικειμένων που αλληλεπιδρούν και αλληλεξαρτώνται προς έναν κοινό σκοπό, με βάση καθορισμένους κανόνες.

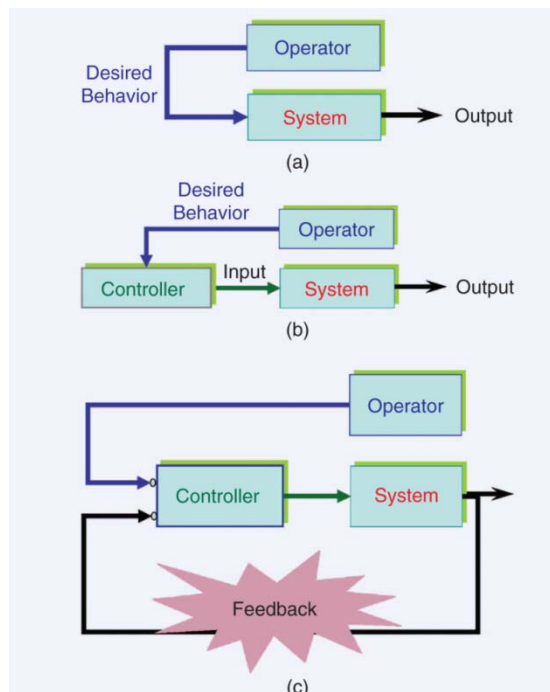
-- **έλεγχος**: για να ασκήσει, να σταματήσει ή να κατευθύνει την επιρροή έτσι ώστε να ρυθμίσει το σύστημα. Έρευνα για την εξακρίβωση ή την πιστοποίηση της εγκυρότητας, της ορθότητας, της αλήθειας και της πραγματικής αξίας.

-- **αυτοματοποίηση**: μια αυτόματα ελεγχόμενη λειτουργία ενός συστήματος για να λάβει τις σωστές αποφάσεις ή να πετύχει έναν στόχο.

--**σήμα ανάδρασης**: το σήμα που παράγεται από τη διαδικασία μέτρησης της πραγματικής εξόδου με την επιθυμητή απόκριση εξόδου.

Παρακάτω δίνονται κάποια διαγράμματα, για να επεξηγήσουμε την πρόοδο από ένα ανεξέλεγκτο σύστημα [σχήμα (a)], σε ένα ελεγχόμενο σύστημα [σχήμα (b)], σε ένα αυτόματα ελεγχόμενο σύστημα [σχήμα (c)]. Αντιπροσώπευση διαγραμμάτων φραγμών του παρακάτω σχήματος της προόδου από (a) ένα ανεξέλεγκτο σύστημα (b) σε ένα ελεγχόμενο σύστημα (c) ένα αυτόματα ελεγχόμενο σύστημα.

Ειδοποίηση ότι στο ελεγχόμενο σύστημα, ο χειριστής λαμβάνει κάποια μέτρα ελέγχου για να λάβει την επιθυμητή συμπεριφορά. Στο



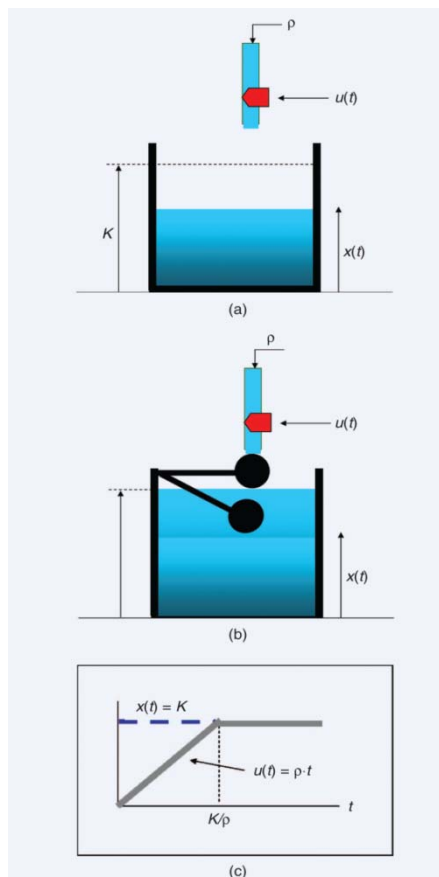
αυτόματα ελεγχόμενο σύστημα, η δράση ελέγχου καθορίζεται υπολογίζοντας και την επιθυμητή και την πραγματική συμπεριφορά στη δεξαμενή. Αυτός ο ελεγκτής δεν τροποποιεί τη λειτουργία του

συστήματος εάν υπάρχουν διαταραχές στο σύστημα, και το αποτέλεσμα σε εκείνες τις περιπτώσεις θα ήταν μια ανακριβής συμπεριφορά.

### 3. Μερικά καθημερινά παραδείγματα

#### 3.1. Καζανάκι τουαλέτας!

Παραδείγματος χάριν, υποθέστε ότι μια δεξαμενή του ύδατος με το αμετάβλητο ύψος  $[K]$  γεμίζει από έναν σωλήνα στην κορυφή με το ποσοστό ροής του σωλήνα που ελέγχεται από μια βαλβίδα, με το μέγιστο ποσοστό ροής του  $[\rho]$ . Στο χρόνο  $t$  τη δεξαμενή γεμίζει σε ύψος  $x(t)$ , το οποίο πρέπει να κρατηθεί λιγότερο από το  $K$ . Η βαλβίδα επιτρέπει στο



ύδωρ να ρεύσει στη δεξαμενή κατά  $u(t)$ , όπου  $0 \leq u(t) \leq \rho$ . Εάν η δεξαμενή είναι αρχικά κενή, πώς τη γεμίζουμε εντελώς χωρίς να ξεχειλίσουμε με τον έλεγχο του  $u(t)$ ; Αυτός ο στόχος ελέγχου είναι η «επιθυμητή

συμπεριφορά» [σχήμα 4(α)]. Μια λύση ελέγχου είναι να επιλεγεί το  $u(t)=\rho$  μέχρι  $t=K/\rho$  και το  $u(t)=0$  μετά από  $\rho=K/\rho$  [σχήμα 4(β)]. Τι θα μπορούσε να πάει στραβά; Αυτή η λύση λειτουργεί μόνο εάν τα  $K$  και  $\rho$  είναι γνωστά ακριβώς. Επιπλέον, η λύση απαιτεί ένα ακριβές ρολόι στον ελεγκτή. Επιπλέον, υποθέστε ότι υπήρξε μια διαρροή στη δεξαμενή ή κάποιος πρόσθεσε ύδωρ.

Αντ' αυτού, χρησιμοποιούμε τον έλεγχο ανατροφοδότησης για να ελέγξουμε αυτόματα τη δεξαμενή έως ότου είναι πλήρης. Ο ελεγκτής αναγκάζει το  $u(t)=\rho$  ενώ  $x(t)<K$ , αλλά το  $u(t)=0$  όταν μπορεί το  $x(t)=K$  να εφαρμοσθεί με τη χρησιμοποίηση ενός επιπλέοντος σώματος σύνδεσης με τη βαλβίδα. Γίνεται τώρα σαφές ότι διαμορφώνουμε μια επίπεδη τουαλέτα! Το επιπλέον σώμα εμποδίζει την εισαγωγή του ύδατος αυτόματα όταν η δεξαμενή γίνεται πλήρης [σχήμα 4(γ)]. Αυτός ο μηχανισμός, που είναι η βάση για το πώς η εργασία των τουαλετών είναι τόσο αποτελεσματική έχει παραμείνει αμετάβλητος για όλες τις επερχόμενες γενεές!

Αν και η αυτοματοποίηση έχει ένα κόστος –συγκεκριμένα, η τιμή του επιπλέοντος σώματος και των σχετικών μερών- αυτό μας σώζει από την κακή απόδοση συστημάτων όταν υπάρχει μεταβλητότητα ή διαταραχές. Το προκύπτον  $u(t)$  ελέγχου και το σύστημα  $X(t)$  είναι τα ίδια όπως όταν χρησιμοποιείται ο open-loop έλεγχος, για την περίπτωση όταν δεν υπάρχει καμία διαταραχή στο σύστημα.

Η δεξαμενή ύδατος έχει ένα μέγιστο ύψος, και το ύδωρ εισάγεται μέσω ενός σωλήνα στην κορυφή της δεξαμενής. Η θέση μιας βαλβίδας στο σωλήνα μπορεί να ρυθμιστεί για να ελέγξει τη ροή του ύδατος στη δεξαμενή. Η γραφική παράσταση επιδεικνύει πως το ύψος του ύδατος στη δεξαμενή ποικίλει στην λειτουργία του χρόνου με τους προτεινόμενους ελεγκτές. Το αυτόματα ελεγχόμενο σύστημα χρησιμοποιεί ένα επιπλέον σώμα για να κόψει αυτόματα τη ροή του νερού στη δεξαμενή όταν η δεξαμενή είναι πλήρης.

Αυτός ο μηχανισμός μπορεί να βρεθεί στις τουαλέτες. Κάτι που

έγινε κατανοητό από όλους τους μαθητές.

Ο σαφής ορισμός αυτοματοποίησης μας «βάζει μαζί τον έλεγχο και την ανατροφοδότηση». Με αυτό τον καθορισμό, μερικά άλλα παραδείγματα της αυτοματοποίησης περιλαμβάνουν τη χρήση του TCP/IP για τον έλεγχο συμφόρησης Διαδικτύου, τους αυτόματος πιλότους στα αεροπλάνα κ.α.

Μπορούμε να σχεδιάσουμε τους ελεγκτές για τα φυσικά συστήματα ή για τα ανθρώπινα συστήματα. Τα φυσικά συστήματα, όπως για παράδειγμα η τουαλέτα, πρέπει να ικανοποιήσουν τους φυσικούς νόμους, όπως η συντήρηση της μάζας. Οι τιμές της κατάστασης ενός φυσικού συστήματος είναι γενικά πραγματικοί αριθμοί και τέτοια συστήματα είναι συχνά. Αντίθετα, τα ανθρώπινα συστήματα μπορεί να δημιουργηθούν με τους κανόνες που επιλέγει ο σχεδιαστής.

### 3.2. ATM

Ένα παράδειγμα ενός ανθρώπινου συστήματος είναι μια αυτόματη μηχανή μετρητών (ATM) με μια γραμμή ανθρώπων που περιμένουν την υπηρεσία. Σε αυτό το σύστημα, το σύστημα, δηλαδή ο αριθμός ανθρώπων που περιμένουν στη γραμμή, παίρνει μόνο τις τιμές ακέραιων αριθμών. Τα γεγονότα, όπως η άφιξη ενός νέου προσώπου στη γραμμή ή η ώθηση ενός κουμπιού, μπορούν να αλλάξουν το σύστημα. Τα πρωτόκολλα ελέγχου μπορούν να λάβουν τη μορφή του κανόνα δίκαιου-παιχνιδιού πρώτος-ερχόμενος, πρώτος-που εξυπηρετείται. Τέτοιοι κανόνες ελέγχου, αν και δίκαιοι στους ανθρώπους, μπορούν να συγκρουστούν με τις προτεραιότητες για τη συντήρηση ή την ιατρική βοήθεια, όπως σε ένα νοσοκομείο. Κατάλαβαν τα παιδιά πόσο σχετική είναι η προτεραιότητα.

### 3.3. Ρομπότ που παίζουν το ποδόσφαιρο

Τα ρομπότ μπορούν και παίζουν ποδόσφαιρο, χρησιμοποιώντας για

μπάλες , σφαίρες σε μέγεθος μπάλας του γκολφ! Το παιχνίδι παίζεται σύμφωνα με τους πραγματικούς κανόνες ποδοσφαίρου ` για παράδειγμα απαγορεύεται το κράτημα της μπάλας. Τα ρομπότ πρέπει να παίζουν αυτόνομα χωρίς την ανθρώπινη συμμετοχή μόλις αρχίσει το παιχνίδι. Οι σχεδιασμένες ρομποτικές ομάδες ποδοσφαίρου ανταγωνίζονται στα εθνικά και διεθνή πρωταθλήματα, που καταλήγουν στα παγκόσμια RoboCup πρωταθλήματα.

Η δομή ελέγχου εδώ είναι πιο σύνθετη από εκείνη που περιγράφεται παραπάνω. Ο ιεραρχικός έλεγχος χρησιμοποιείται, χωρίζοντας τους τοπικούς στόχους ελέγχου για τη λειτουργία ρομπότ από το συγκεντρωμένο προγραμματισμό που απαιτείται για τις στρατηγικές παιχνιδιού της ομάδας ρομπότ. Ένα σύστημα εικόνας εφαρμόζεται έτσι ώστε οι πληροφορίες είναι διαθέσιμες όχι μόνο για τις θέσεις των ρομπότ της ομάδας σας, αλλά και για τη θέση και τη συμπεριφορά των ρομπότ άλλης ομάδας και της μπάλας. Ένα σύστημα επικοινωνιών απαιτείται για να περάσει πληροφορίες μεταξύ του συστήματος εικόνας του συγκεντρωμένου ελεγκτή και των ρομπότ ελεγκτών που έχει εντοπίσει.



Αυτό το μικρής κλίμακας παιχνίδι ποδοσφαίρου παίζεται σύμφωνα με τους τυποποιημένους κανόνες ποδοσφαίρου από τα ρομπότ που σχεδιάζονται από τις ομάδες των σπουδαστών. Τα ρομπότ πρέπει να λειτουργήσουν εξ ολοκλήρου αυτόνομα κατά τη διάρκεια του ανταγωνισμού, χωρίς την επέμβαση ή τον τηλεχειρισμό από τους ανθρώπινους σχεδιαστές τους.

Οι αποφάσεις του ρομπότ περιλαμβάνουν το μέγεθος, την

επιτάχυνση, την ταχύτητα, την ικανότητα διάπραξης ελιγμών και την αδρανή ναυσιπλοΐα. Η χαμηλή λανθάνουσα κατάσταση (που σημαίνει τη σύντομη χρονική καθυστέρηση) είναι κρίσιμη για το σχέδιο δικτύων. Για το τοπικό σχέδιο ελεγκτών ρομπότ, πρέπει να γίνει κατανοητή η δυναμική συστημάτων ρομπότ-μηχανών. Ο προγραμματισμός των κινήσεων για ένα ενιαίο ρομπότ περιλαμβάνει τον προγραμματισμό της πορείας για την αποφυγή εμποδίων, γεγονός που εξασφαλίζει ότι το ρομπότ είναι εκεί όπου και όταν απαιτείται να είναι. Τα υψηλού επιπέδου «παιχνίδια» περιλαμβάνουν τόσο τις δυσάρεστες όσο και τις αμυντικές στρατηγικές καθώς και τις μεταβάσεις μεταξύ τους ανάλογα με την περίπτωση. Ο χρόνος που απαιτείται για ένα παιχνίδι πρέπει να κρατηθεί μικρός σε ορισμένες καταστάσεις, γιατί διαφορετικά η ενέργεια που θα χρησιμοποιηθεί πρέπει να ελαχιστοποιηθεί. Αυτός ο στόχος καθορίζει την επιλογή των ενεργειών και των τροχιών ελέγχου που επιλέγονται. Οι αλγόριθμοι εξετάζονται λεπτομερώς χρησιμοποιώντας τα μιμούμενα παιχνίδια προτού να εφαρμοστούν. (*RoboCup ανταγωνισμός με τον τομέα παιχνιδιών ποδοσφαίρου*. Τα ρομπότ λειτουργούν μαζί και στα αμυντικά και στα δυσάρεστα παιχνίδια ενάντια στην αντιτιθέμενη ομάδα. Κάθε ρομπότ έχει τον ελεγκτή του. Ένα σύστημα εικόνας απαιτείται για να παρακολουθούνται οι θέσεις και οι ενέργειες όλων των ρομπότ και της σφαίρας στον τομέα παιχνιδιού. Ένας συγκεντρωμένος ελεγκτής χρησιμοποιεί αυτές τις πληροφορίες για να στείλει τις πληροφορίες παιχνιδιού στα μεμονωμένα ρομπότ· έτσι μπορούν να λειτουργήσουν μαζί ενάντια στην αντιτιθέμενη ομάδα).

#### **3.4. Αυτόνομα οχήματα:**

Αγώνας από το Λος Άντζελες σε Las Vegas.

Τα αυτόνομα οχήματα είναι σε αυτή την περίπτωση τέσσερις ρόδες κίνησης που πρέπει να συναγωνιστούν πέρα από την έρημο από Barstow σε Las Vegas. Τα οχήματα δεν επιτρέπονται να έχουν έναν οδηγό ή οποιοδήποτε είδος τηλεχειρισμού. Το γρηγορότερο φορτηγό που

ολοκληρώνει τη διαδρομή σε δέκα ώρες ή λιγότερο θα κερδίσει ένα μεγάλο βραβείο, μια λεπτομέρεια που έπιασε την προσοχή των σπουδαστών. Ο αγώνας διοργανώθηκε στις 13 Μαρτίου 2004.

Δυο ώρες πριν από τον αγώνα, στους συμμετέχοντες δίνεται ένα σύνολο 1.000 σημείων και ενός διαδρόμου 10μ.πλάτος και 250 μιλίων σε μήκος, με στόχο φυσικά να μείνουν μέσα σε αυτόν. Το φορτηγό δεν έχει καμία πληροφορία για μια εφικτή διαδρομή μέσα στο διάδρομο. Το όχημα δεν επιτρέπεται να χτυπήσει οποιαδήποτε άλλα οχήματα, δέντρα, φράκτες ή άλλα εμπόδια. Ο αγώνας οργανώνεται σε βρώμικους δρόμους, σε τραχείς δρόμους, στην ανοικτή έρημο, στις λίμνες, στις διασταυρώσεις και σε αδιέξοδες διαδρομές.

Για έναν επαγγελματικό δρομέα ερήμων με την προγενέστερη εμπειρία σε μια γνωστή σειρά μαθημάτων, το ταξίδι θα διαρκούσε περίπου τέσσερις ώρες σε μια άγνωστη διαδρομή, εντούτοις, εδώ θα διαρκέσει οκτώ ώρες. Είναι σαφώς μια σοβαρή πρόκληση για να έχει ένα αυτόνομο όχημα να πλοηγήσει σε λιγότερο από δέκα ώρες.



Για το όχημα, οι αισθητήρες αποτελούνται από 12 φωτογραφικές μηχανές για την όραση, ένα σύστημα ναυσιπλοΐας, αδρανείς αισθητήρες (επιταχύμετρα και γυροσκόπια), μια ανίχνευση ραντάρ λέιζερ (LADAR) και άλλες συσκευές. Για την ώθηση, η θέση του οδηγού έχει



αντικατασταθεί εξ ολοκλήρου με τα αυτοματοποιημένα μέρη. Συνολικά δέκα υπολογιστές στο σκάφος χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό.

Οι ενεργοποιητές εγκαθίστανται στην περιοχή θέσεων του οδηγού για να αυτοματοποιήσουν τις μηχανικές ενέργειες που θα έκανε ένας άνθρωπος οδηγός.

Οι σπουδαστές συναρπάστηκαν από τις δυσκολίες του στόχου. Μέσα στο σύνολο των ερωτήσεων που διατυπώθηκαν για παράδειγμα από τους μαθητές μια οδυνηρή ερώτηση που υποβλήθηκε ήταν αν θα θεωρούνταν υπεύθυνοι για τη δολοφονία σε περίπτωση που το φορτηγό σκότωνε κάποιον. Οι διοργανωτές βεβαίωσαν τους σπουδαστές ότι αυτό το γεγονός δεν θα μπορούσε να εμφανιστεί. (Στην παραπάνω περίπτωση έδειξαν ενδιαφέρον κυρίως μαθητές των ΕΠΑΛ).

### **3.5. Κατανόηση και έλεγχος του εκκρεμούς**

Στην πραγματικότητα, πολλές από τις αρχές του ελέγχου μπορούν να γίνουν κατανοητές με τη μελέτη του εκκρεμούς. Από τα χρόνια του Μεσαίωνα ακόμα, ο Γαλιλαίος Galilei ερεύνησε την περιοδική ταλαντευόμενη κίνηση ενός εκκρεμούς που κρέμεται. Σήμερα, μια τεχνολογική πρόκληση είναι να χτιστεί μια συσκευή για να κρατήσει το εκκρεμές, σαν το κράτημα μιας ομπρέλας ανοδικής με μόνο ένα πολύ μικρό πιάσιμο στη λαβή. Το πρόβλημα είναι να ασκηθεί ο κατάλληλος έλεγχος για να αντισταθμίσει το προς τα κάτω τράβηγμα της βαρύτητας.

Ένα ενιαίο εκκρεμές είναι τώρα μια τυποποιημένη επίδειξη στις διασκέψεις και στα εργαστήρια τάξεων. Εντούτοις, ένα σύνθετο δύο εκκρεμών φαίνεται δυσκολότερο, αλλά με τη χρησιμοποίηση των πολύ γρήγορων δονήσεων το διπλό εκκρεμές μπορεί να σταθεροποιηθεί. Τα πολλαπλάσια ενιαία εκκρεμή που τοποθετούνται στην ίδια πλατφόρμα μπορούν να σταθεροποιηθούν από τις γρήγορες δονήσεις της πλατφόρμας.

Το ενιαίο εκκρεμές που κρεμά ή που αναστρέφεται ικανοποιεί

$$J\theta'' = -mgl\sin(\theta)$$

Όπου το  $m$  είναι η μάζα εκκρεμών, το  $l$  είναι το μήκος εκκρεμών, το  $g$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $J=mr^2$ , (η ροπή αδράνειας και  $r$  η απόσταση από τον άξονα περιστροφής),  $\theta$  είναι η γωνία που μετριέται από τον προς τα κάτω κάθετο άξονα, και  $\theta''$  είναι η δεύτερη παράγωγος ή γωνιακή επιτάχυνση. Για το εκκρεμές, αφήνουμε  $\theta=\pi-\psi$ , έτσι  $\psi=0$  αντιστοιχούν στο περιθωριακά εκκρεμές δείχνοντας προς τα πάνω. Ως εκ τούτου, χρησιμοποιώντας λίγη τριγωνομετρία για το εκκρεμές είναι ευκολότερο να χρησιμοποιήσει

$$J\psi'' = mgl\sin(\psi)$$

Για να έχουμε την ταλάντευση εκκρεμών προς τα πάνω, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον έλεγχο για να εφαρμόσουμε τεχνητά τη βαρύτητα στην αντίστροφη κατεύθυνση. Για να ολοκληρώσουμε αυτή την αντιστροφή, θεωρούμε την εξίσωση:

$$J\psi'' = -mgsin(\psi)$$

Όπου η βαρύτητα διαμορφώνεται από το αρνητικό σημάδι σύμφωνα με τη δεξιά πλευρά της εξίσωσης. Πώς μπορούμε να ολοκληρώσουμε αυτή την τεχνητή αντιστροφής της βαρύτητας; Αν και δεν μπορούμε να αλλάξουμε τη βαρυτική δύναμη της γης, μπορούμε να εφαρμόσουμε μια εξωτερική δύναμη στο εκκρεμές που μιμείται την αντίστροφη βαρύτητα. Η προσθήκη ενός όρου ελέγχου στο εκκρεμές οδηγεί

$$J\psi'' = mgl\sin(\psi) - u\cos(\psi)$$

Όπου το  $u$  είναι η μεταβλητή ελέγχου. Ο έλεγχος (που σημαίνει την εξίσωση για το  $u$  από την άποψη  $\psi$ ) που κάνει τη πλευρά της εξίσωσης να λάβει τη μορφή του εκκρεμούς, με τη βαρύτητα ανοδική, παρά να είναι προς τα κάτω

$$u = u(t) = lgsin(\psi)/cos(\psi)$$

Χρησιμοποιώντας αυτό τον ελεγκτή, έχουμε προσθέσει μια δύναμη που κάνει το εκκρεμές να συμπεριφερθεί σαν να αντιστράφηκε η βαρύτητα. Ακόμα πιο εξαιρετικό είναι το πείραμα με το τριπλό εκκρεμές

το οποίο αποδείχθηκε πιο δύσκολο.

### **3.6. Μελλοντικές σταδιοδρομίες στα ενσωματωμένα συστήματα mechatronics**

Εδώ θα αναφερθούμε για τα ενσωματωμένα συστήματα και τα mechatronics, ο υβριδικός συνδυασμός μηχανικών και ηλεκτρονικής, και προβλημάτων που υπάρχουν στον τομέα. Τα τηλέφωνα κυττάρων έχουν τους υπολογιστές, έτσι καλούνται ενσωματωμένα συστήματα. Τα ενσωματωμένα συστήματα συνδέουν τις διαφορετικές συσκευές οι οποίες καθώς προέρχονται από την επανάσταση IT Mechatronics, περιλαμβάνουν το συνδυασμό των μηχανικών συστημάτων με την ηλεκτρονική όπως οι αισθητήρες, οι ενεργοποιητές, οι υπολογιστές, το λογισμικό και η νοημοσύνη. Τα παραδείγματα mechatronics περιλαμβάνονται στα αυτοκίνητα με συστήματα έλεγχου κρουαζιέρας και τη μετατροπή των μηχανών αερίου στο υβρίδιο το κύτταρο καυσίμων, και τις χωρίς έκκεντρο μηχανές. Σε ένα παραδοσιακό αυτοκίνητο, το αυτοκίνητο γυρίζει όταν γυρίζουν το τιμόνι. Υπάρχουν διάφοροι μηχανικοί σύνδεσμοι σε αυτή τη ρύθμιση. Το τιμόνι μπορεί να επικίνδυνο για τον οδηγό σε ένα ατύχημα, για αυτό η στήλη οδήγησης και οι μηχανικές συνδέσεις μπορεί να αντικατασταθούν από αισθητήρες, ενεργοποιητές και ενσωματωμένους μικροεπεξεργαστές. Κατόπιν τούτου όχι μόνο η στήλη οδήγησης μπορεί να αποβληθεί, αλλά και ένα αυτοκίνητο με τιμόνι αριστερά μπορεί εύκολα να μετατραπεί σε αυτοκίνητο με δεξί τιμόνι. Σε μια παραδοσιακή μηχανή, ένα μηχανικό έκκεντρο ωθεί τις ράβδους καθώς γυρίζει και κλείνει τις βαλβίδες. Το έκκεντρο έχει μια μορφή που υπαγορεύει το συγχρονισμό της λειτουργίας βαλβίδων.

Τα ρομπότ είναι τα τελευταία mechatronic συστήματα με τη διευκόλυνση των τηλεκατευθυνόμενων οχημάτων, της τηλεϊατρικής και της αυτοματοποιημένης κατασκευής. Ένα ρομπότ που παίζει χόκεϋ! Ρομπότ ενάντια σε έναν ανθρώπινο αντίπαλο. Στο τέλος όμως της

αντιπαλότητας, εάν χαθεί ο αυτοέλεγχος του ρομπότ μετά από έναν ασυνήθιστο ελιγμό, δίνει την ευκαιρία για μια σειρά ερωτήσεων από τους μαθητές.

### **3.7. Πώς να μετατρέψει ένα ενιαίο δολάριο σε δισεκατομμύρια**

Εδώ γίνεται λόγος, για τον τρόπο με τον οποίο ο συγχρονισμός των επενδύσεων θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να μεγιστοποιήσει την επιστροφή στις επενδύσεις (εάν καθεμία είχε τις τέλειες πληροφορίες!). Ένας εκπληκτικός αριθμός των σπουδαστών ήταν γνώστες στο θέμα της χρηματοδότησης, και μερικοί ήταν κάτοχοι του αποθέματος και είχαν έτσι ένα προσωπικό ενδιαφέρον για τη συζήτησή του. Παρουσιάστηκε μια προσέγγιση επένδυσης όπου ένας επενδυτής κίνησε ολόκληρη την επένδυσή του/της σε τακτά χρονικά διαστήματα, προς το καλύτερο για την επόμενη χρονική περίοδο. Οι επενδυτές θα μπορούσαν να επιλέξουν μεταξύ ενός απολογισμού αποταμίευσης με ένα χαμηλό σταθερό ποσοστό επιστροφής και μιας πτητικής επένδυσης όπως ένα κεφάλαιο αποθεμάτων. Το στιγμιαίο ποσοστό χαρτοφυλακίων επιστροφής είναι  $\rho(t) = \text{maximum} \{ \beta(t), s(t) \}$

Όπου το  $\beta(t)$  είναι το ακίνδυνο σταθερό ποσοστό επιστροφής και το  $s(t)$  είναι το επικίνδυνο ποσοστό κεφαλαίων αποθεμάτων επιστροφής.

Αν χρησιμοποιήσουμε τα μηνιαία στοιχεία για την περίοδο από το 1926-2003, που ενημερώνουν το χαρτοφυλάκιο κάθε μήνα σύμφωνα με τον τύπο, για τους λογαριασμούς ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ Υπουργείου Οικονομικών ως χαμηλού κινδύνου επένδυση και το δείκτη προτύπων και 500 αποθεμάτων των φτωχών ως υψηλού κινδύνου επένδυση (που μιμείται ένα μεγάλο αμοιβαίο κεφάλαιο αποθεμάτων). Αρχίζοντας από ένα δολάριο το 1926, το τελικό ποσό ήταν μια κατάπληξη USS 14.3 δισεκατομμύρια! Εάν ένας επένδυσε τα χρήματά του στο δείκτη αποθεμάτων S&P 500, USS 1 θα είχε παραγάγει USS 2,171 κατά τη διάρκεια εκείνου του χρόνου. Σε έναν απολογισμό αποταμίευσης με ένα

χαμηλό σταθερό επιτόκιο, η επιστροφή θα ήταν USS 17.

Αυτή η τέλεια μετατροπή στρατηγικής επένδυσης-αγοράς-συγχρονισμού δηλαδή μεταξύ του καλύτερου S&P 500 ή των επιστροφών λογαριασμών Υπουργείου Οικονομικών- είναι ισοδύναμη με την αγορά των λογαριασμών Υπουργείου Οικονομικών και μιας επιλογής κλήσης στο S&P 500. Εντυπωσιακά, η παραπάνω σχέση μπορεί να διατιμήσει αυτή την επιλογή και να καθοριστεί η αξία αυτής της στρατηγικής επένδυσης. Εάν μεταστρέφεται τέλεια μεταξύ εκείνων των δύο σε καθημερινή βάση, έπειτα θα ήταν πολύ περισσότερο από USS14 δισεκατομμύρια με τον τέλειο συγχρονισμό.

Προτείνουμε επίσης ένα καλύτερο εναλλακτικό χαρτοφυλάκιο συγχρονισμού αγοράς

$$P(t) = \text{maximum} [\text{Intel}(t), \text{Microsoft}(t)],$$

Όπου το Intel(t) και Microsoft(t) είναι οι καθημερινές επιστροφές. Με τον καθημερινό τέλειο συγχρονισμό αγοράς, 1 USS επενδυμένο στις 5 Ιανουαρίου του 1990 θα γινόταν USS 2,6 τρισεκατομμύρια στις 5 Δεκεμβρίου 2003!!!! Ενθαρτυμένοι οι μαθητές μπορούν παίρνοντας τα ιστορικά στοιχεία από [finance.yahoo.com](http://finance.yahoo.com), να δοκιμάσουν άλλα αποθέματα. Φυσικά, δεν συστήνουμε στους μαθητές να δοκιμάζουν στην πραγματικότητα τέτοιες αγορές με τα χρήματά τους. Τα συνταξιοδοτικά κεφάλαια, τα πλούσια άτομα, και τα κεφάλαια χρηματοδότησης επενδύουν χαρακτηριστικά στα κεφάλαια φρακτών.

Πολύ χρήσιμο παράδειγμα λογικής για μικρές τάξεις Α Γυμνασίου αλλά και Β Γυμνασίου, γιατί με βοήθησε να κάνω μάθημα πάνω στα πρόσημα ,λόγο της εναλλαγής του πρόσημου.[4]

#### 4. Βέλτιστος έλεγχος

#### 4.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Σ' αυτή την παράγραφο θα ασχοληθούμε με κάποιες έννοιες και ορισμούς, απαραίτητες για την κατανόηση της θεωρίας ελέγχου. Ένας μαθητής Γυμνασίου ή Λυκείου γνωρίζει εμπειρικά αυτές τις έννοιες, γι' αυτό θα προσπαθήσω να παρουσιάσω κάποιους πρωταρχικούς ορισμούς πάνω στη Θεωρία Ελέγχου (Θ.Ε.), που θα θεμελιώσουν τις απαραίτητες γνώσεις για τη Θ.Ε. και θα αποτελέσουν την αρχή για καινούργιες κατακτήσεις της γνώσης.

(i). Πρώτα, θα πρέπει να ξεκαθαρίσουμε τη διαφορά μιας συνεχούς από μια διακριτή συνάρτηση.

Η  $x(t): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  καλείται συνεχής συνάρτηση, συνεχής μεταβλητή, γιατί και το σύνολο τιμών αλλά και το πεδίο ορισμού είναι συνεχή σύνολα αντίστοιχα.

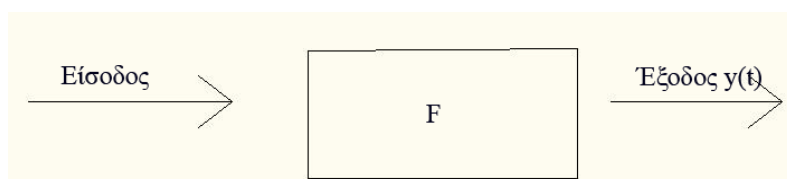
Η  $x(kt): \mathbb{Z}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  καλείται συνεχής συνάρτηση, διακριτής μεταβολής, γιατί το σύνολο τιμών είναι συνεχές σύνολο, ενώ το πεδίο ορισμού ανήκει σε μη συνεχή (διακριτό) σύνολο (το σύνολο των ακεραίων).

Αυτός ο διαχωρισμός είναι απαραίτητος γιατί στη Θ.Ε. η μελέτη της κίνησης γίνεται ευκολότερα μέσω της δεύτερης συνάρτησης για ευνόητους λόγους.

(ii). Περιγραφή ενός συστήματος γίνεται μέσω μιας απεικόνισης.

$F$ : χώρο των σημάτων  $\rightarrow$  χώρο των σημάτων.

$$Y(kt) = (Fu)(kt)$$



Οι είσοδοι διαχωρίζονται σε διεγέρσεις ελέγχου (ελεγχόμενες ενέργειες) και διαταραχές (μη ελεγχόμενες κατά την πλειοψηφία τους ενέργειες).

Η τιμή της εξόδου  $y(t)$  εξαρτάται όχι μόνο από την τιμή της εισόδου  $u(t)$  τη χρονική στιγμή  $t$  αλλά απ'όλες τις τιμές της εισόδου  $u(t)$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t$  και για το λόγο αυτό γράφουμε:  $y(kt)=(Fu)(kt)$  και όχι  $y(kt)=F(u(kt))$

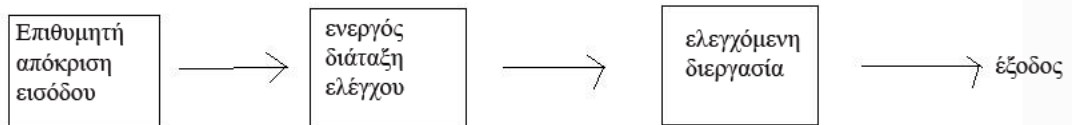
Δεν εξαρτάται δηλ. μόνο από τη μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή  $t_1$ , αλλά από κάθε  $t \in [0, t_1]$ .

(iii). Η περιγραφή του συστήματος (μαθηματική) που δόθηκε παραπάνω μας οδηγεί στο διαχωρισμό ενός συστήματος σε:

(α) απλά συστήματα, χωρίς διατάξεις ρύθμισης, όπου δεν έχουμε καμία παρεμβολή

$$u(t) \rightarrow \Sigma \rightarrow y(t)$$

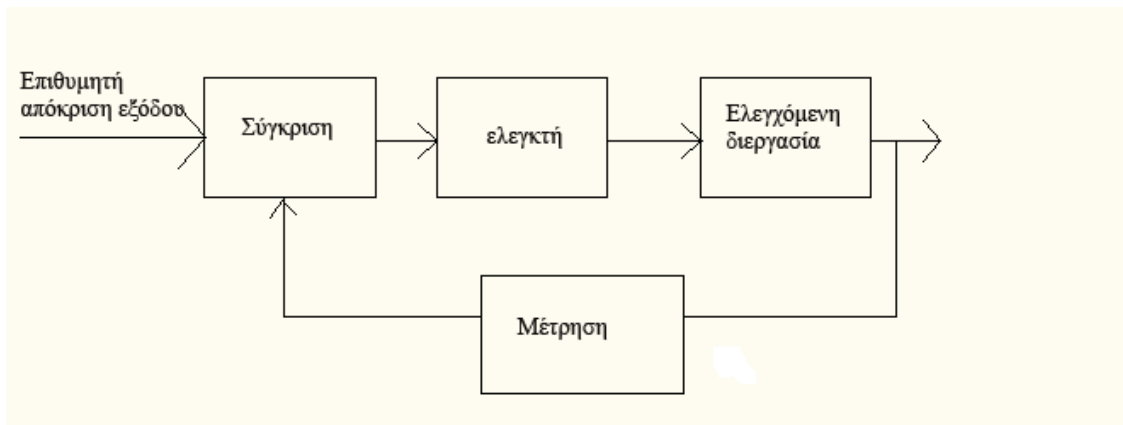
(β) ελεγχόμενα συστήματα ανοικτού βρόχου



Σ'αυτό το σύστημα χρησιμοποιείται κάποια ενεργός διάταξη για τον απευθείας έλεγχο μιας διεργασίας χωρίς την παρουσία ανάδρασης (ελέγχου).

Παραδείγματα τέτοιων συστημάτων είναι ένα πλυντήριο, όπου μέσω κάποιων προγραμμάτων ρυθμίζεις το αποτέλεσμα της εξόδου, μια φρυγανιέρα, και άλλα γενικά συστήματα που γνωρίζουμε καλά τη λειτουργία τους και είμαστε σίγουροι εκ των προτέρων για το αποτέλεσμα που θα πάρουμε.

(γ). συστήματα αυτόματου ελέγχου κλειστού βρόχου.



Σ'αυτά τα συστήματα χρησιμοποιείται ένα σήμα το οποίο προέρχεται από τη μέτρηση της πραγματικής εξόδου και το οποίο με τη βοήθεια της ανάδρασης, επιστρέφει στην είσοδο του συστήματος όπου **συγκρίνεται** μ'ένα σημείο αναφοράς που αντιστοιχεί στην επιθυμητή έξοδο.

Ο έλεγχος κατεύθυνσης ενός αυτοκινήτου, το καζανάκι της τουαλέτας, ο αυτόματος πιλότος κ.α. είναι παραδείγματα που θα εξηγήσουμε με περισσότερες λεπτομέρειες και παρακάτω. Γίνεται προφανής η τάση για συνεχή έλεγχο, μιας κατάστασης μέσω ενός τέτοιου συστήματος.

Παρόλα τα μαθηματικά που υπάρχουν και κάποιες δύσκολες έννοιες, τα παιδιά έδειξαν ενδιαφέρον για τις έννοιες της εισόδου και του ελέγχου, γιατί αναπόφευκτα, σε αυτό το σημείο δεν μπορούμε να αποφύγουμε τους μαθηματικούς τύπους.

Η χρήση της ανάδρασης κάνει το σύστημά μας σχετικά ανεπηρέαστο σε πιθανές εξωτερικές διαταραχές και εσωτερικές μεταβολές των παραμέτρων του συστήματος.

Η ευστάθεια του κλειστού συστήματος αποτελεί ένα πρόβλημα λόγω της συνεχούς διόρθωσης των λαθών που δημιουργούνται στο σύστημα, με άμεση συνέπεια τη δημιουργία ταλαντώσεων σταθερού ή μεταβαλλόμενου πλάτους.

Χρησιμοποιούμε ανοικτά συστήματα όταν γνωρίζουμε πολύ καλά το μοντέλο του συστήματος, τις εισόδους που εφαρμόζονται και όταν δεν



υπάρχουν εξωτερικές διαταραχές. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις χρησιμοποιούμε κλειστά συστήματα.[5]

Στόχοι της Θ.Ε.

(i). **Πρόβλημα ρύθμισης**, διατήρησης της εξόδου όσο το δυνατό πιο κοντά σ'ένα συγκεκριμένο σημείο, παρ'όλες τις πιθανές διαταραχές (cruise control σταθερή ταχύτητα).

(ii). **Πρόβλημα ανίχνευσης**, διατήρηση της εξόδου όσο το δυνατό πιο κοντά σ'ένα μεταβαλλόμενο στόχο, παρ'όλες τις πιθανές διαταραχές (αυτόματος πιλότος).

## 4.2. Βέλτιστος Έλεγχος Συστήματος

Για το Βέλτιστο Έλεγχο έχουμε αναφερθεί παραπάνω. Στη συνέχεια δίνονται κάποιες εφαρμογές του.

### Πρόβλημα Ελαχίστου Χρόνου

(time optimal control problem)

Στο πρόβλημα αυτό αναζητούμε τη βέλτιστη είσοδο  $u^*(t) \in \Omega$ , που θα μεταφέρει το σύστημα μας από μια αρχική κατάσταση  $x(t_0)$  σε μια επιθυμητή τελική κατάσταση  $x(t_j)$  στον ελάχιστο δυνατό χρόνο.

### Πρόβλημα Ελέγχου Τελικής Τιμής

(terminal control problem)

Στο πρόβλημα αυτό αναζητούμε τη βέλτιστη είσοδο  $u^*(t) \in \Omega$ , που θα ελαχιστοποιήσει την απόσταση της τελικής τιμής του διάνυσματος κατάστασης  $x(t_j)$  από το διάνυσμα μιας επιθυμητής τελικής κατάστασης  $r(t_j)$ .

Παράδειγμα: Η πορεία ενός βαλλιστικού πυραύλου του οποίου οι συντεταγμένες δίνονται από το διάνυσμα  $x(t)$  για να πετύχει το στόχο του την χρονική στιγμή  $t_j$ , όταν οι συντεταγμένες του στόχου δίνονται από το διάνυσμα  $r(t_j)$ .

**Πρόβλημα παρακολούθησης (tracking problem)**

Στο πρόβλημα αυτό αναζητούμε τη βέλτιστη είσοδο  $u^*(t) \in \Omega$ , η οποία προσπαθεί να διατηρήσει το διάνυσμα κατάστασης  $x(t)$  σε μια επιθυμητή τροχιά  $r(t)$ .

Παράδειγμα: Η πορεία ενός βαλλιστικού πυραύλου του οποίου οι συντεταγμένες δίνονται από το διάνυσμα  $x(t)$  ο οποίος θέλει να αναχαιτίσει έναν στόχο του οποίου οι συντεταγμένες δίνονται από τα διάνυσμα  $r(t)$ .

**Πρόβλημα Ρυθμιστή (regulator problem).**

Πρόκειται για ειδική περίπτωση του προβλήματος ανίχνευσης. Στο πρόβλημα αυτό αναζητούμε την βέλτιστη είσοδο  $u^*(t) \in \Omega$ , η οποία προσπαθεί να διατηρήσει το διάνυσμα κατάστασης  $x(t)$  όσο το δυνατό πιο κοντά σε δεδομένο διάνυσμα (επιθυμητή έξοδο).

**Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Συνολικής Ισχύος (minimum control effort problem)**

Στο πρόβλημα αυτό αναζητούμε τη βέλτιστη είσοδο  $u^*(t) \in \Omega$ , η οποία προσπαθεί να μεταφέρει το σύστημα μας από μια αρχική κατάσταση  $x(t_0)$  σε μια επιθυμητή τελική κατάσταση  $x(t_f)$  με την ελάχιστη δυνατή είσοδο.

Παράδειγμα: η μεταφορά ενός μέσου (αυτοκίνητο, αεροπλάνο, δορυφόρος) από ένα σημείο σε ένα άλλο με τα ελάχιστα δυνατά καύσιμα.

Φυσικά μπορούμε να έχουμε **συνδυασμό** των παραπάνω προβλημάτων, όπως για παράδειγμα η αναζήτηση της βέλτιστης εισόδου  $u^*(t) \in \Omega$ , η οποία προσπαθεί να διατηρήσει το διάνυσμα κατάστασης  $x(t)$  σε μια επιθυμητή τροχιά  $r(t)$  με την ελάχιστη δυνατή είσοδο.

Παράδειγμα: Η πορεία ενός βαλλιστικού πυραύλου του οποίου οι συντεταγμένες δίνονται από το διάνυσμα  $u(t)$  ο οποίος θέλει να αναχαιτίσει ένα στόχο του οποίου οι συντεταγμένες δίνονται από το διάνυσμα  $r(t)$  ξοδεύοντας τα ελάχιστα δυνατά καύσιμα.

Το γενικό πρόβλημα της θεωρίας Βέλτιστου Ελέγχου είναι να υπολογιστεί μια επιθυμητή είσοδος  $u_0(t)$  η οποία θα οδηγήσει το

σύστημα  $x'(t)=a(x(t), u(t), t)$  σε μια επιθυμητή τροχιά  $x_o(t)$  η οποία θα ελαχιστοποιήσει έναν δείκτη απόδοσης.

Η είσοδος  $u_o(t)$  ονομάζεται **βέλτιστος έλεγχος** (optimal control) και το διάνυσμα κατάστασης  $x_o(t)$  ονομάζεται **βέλτιστη τροχιά** (optimal trajectory).[6]

Στόχος δηλ. του Βέλτιστου Ελέγχου είναι να προσδιορίσει τα βήματα εισόδου τα οποία θα εξαναγκάσουν μια διαδικασία να ικανοποιήσει φυσικούς περιορισμούς και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιήσει (μεγιστοποιήσει) κάποια κριτήρια απόδοσης.

Επίσης, βασικός σκοπός ενός νόμου ελέγχου είναι να εξασφαλίσει την ευστάθεια(σταθερότητα ανεξάρτητα από όποιες διαταραχές) του κλειστού συστήματος, καθώς και έναν αριθμό προδιαγραφών συμπεριφοράς. Αυτές συχνά διατυπώνονται μαθηματικά με τη μορφή ενός κριτηρίου επιδόσεων, το οποίο πρέπει να ελαχιστοποιείται.

Κάποια κριτήρια προδιαγραφών συμπεριφοράς στην τελική(μόνιμη κατάσταση) είναι:

- απόρριψη διαταραχών
- απόρριψη θορύβων μέτρησης
- χαμηλή προσπάθεια ελέγχου
- η έξοδος να ακολουθεί την επιθυμητή τιμή.

Ένα φυσικό σύστημα αυτομάτου ελέγχου περιγράφεται συνήθως από ένα μαθηματικό μοντέλο στο οποίο βασίζεται κατ'επέκταση η ανάλυση και η σύνθεση ενός αντισταθμιστή (ή ελεγκτή). Στο βαθμό που το μοντέλο περιγράφει με ακρίβεια τη συμπεριφορά του πραγματικού συστήματος, ο κλασικός αυτόματος έλεγχος δίνει εξαιρετικά αποτελέσματα. Έτσι μπορεί να βρεθεί μια βέλτιστη λύση που εξασφαλίζει στο σύστημα εσωτερική ευστάθεια και επιθυμητές επιδόσεις.

Εντούτοις, στην πράξη είναι ανέφικτο να περιγράψουμε με ακρίβεια τη συμπεριφορά ενός δεδομένου φυσικού συστήματος (με αυτό ασχολείται ο **Εύρωστος Έλεγχος**). Σε ότι αφορά τώρα τις διαταραχές,

συνήθως είναι διαθέσιμες ανεπαρκείς πληροφορίες, εξαιτίας της μη ακριβούς γνώσης του συστήματος. Για τους παραπάνω λόγους, είναι αναγκαίο να ληφθούν υπόψη τα σφάλματα μοντελοποίησης ή *αβεβαιότητες* και να περιγραφούν μ'ένα κατάλληλο μαθηματικό τρόπο. Η μορφή της περιγραφής ποικίλλει ανάλογα με τη φύση και την προέλευση των αβεβαιοτήτων.

Τα συμπεράσματα αυτά, αν και βασίζονται στην υπόθεση ότι είναι διαθέσιμο ένα ακριβές μοντέλο του φυσικού συστήματος, μπορούν να επεκταθούν και στην περίπτωση αβέβαιων συστημάτων: Ο νόμος ελέγχου προσδιορίζεται έτσι ώστε να εξασφαλίζει μια ορισμένη ευρωστία, τόσο ως προς την ευστάθεια όσο και ως προς τις επιδόσεις, για ένα πλήθος μοντέλων που παριστούν το αβέβαιο σύστημα.

Ένα μαθηματικό πρότυπο ή μοντέλο που χρησιμοποιείται για την ανάλυση ενός πραγματικού συστήματος και τη σύνθεση αντισταθμιστών για τον έλεγχο του αποτελεί μια προσέγγιση της συμπεριφοράς του συστήματος και μάλιστα σε ιδιαίτερες συνθήκες λειτουργίας. Προκειμένου να σχεδιαστούν νόμοι ελέγχου που να έχουν ισχύ στο πραγματικό σύστημα θα πρέπει κατά το σχεδιασμό να ληφθούν υπόψη και να περιγραφούν ανάλογα οι διάφορες αβεβαιότητες μοντελοποίησης. Οι λόγοι για τους οποίους εμφανίζονται αβεβαιότητες είναι κυρίως οι εξής:

-Ανακριβής γνώση των τιμών των παραμέτρων του μοντέλου ή/και φυσιολογική μεταβολή των τιμών τους κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του συστήματος.

-Επίδραση που προέρχεται από το περιβάλλον του συστήματος με τη μορφή διαταραχών.

Γενικά διακρίνουμε δύο μεγάλες κατηγορίες αβεβαιοτήτων:

τις δομημένες αβεβαιότητες, που η μαθηματική περιγραφή τους είναι τέτοια ώστε να δίνει πληροφορία σχετικά με το πώς αυτές επηρεάζουν το σύστημα(είναι προβλέψιμες).

Τις μη δομημένες αβεβαιότητες για τις οποίες καμία πληροφορία

σχετικά με το πώς αυτές επηρεάζουν το σύστημα δεν είναι διαθέσιμη, και το μόνο γνωστό είναι κάποιο άνω φράγμα των αποκλίσεων μεταξύ μιας ονομαστικής απόκρισης συχνότητας του συστήματος και των πραγματικών τιμών των αποκρίσεων συχνότητας που λαμβάνονται. (μη προβλέψιμες)

Επειδή τόσο η φύση όσο και η προέλευση των αβεβαιοτήτων ποικίλουν σε κάθε σύστημα, είναι φανερό ότι δεν υπάρχει ένας σφαιρικός τρόπος περιγραφής.

Το πρώτο βήμα για την επιτυχή σχεδίαση ενός συστήματος είναι η μοντελοποίηση. Αυτό γίνεται όταν μεταφέρουμε τα καθημερινά προβλήματα στο χώρο των μαθηματικών και αφού τα επεξεργαστούμε τα φέρνουμε στην αρχική τους μορφή. Είναι αναγκαία η κατάλληλη μαθηματική περιγραφή που παριστά κατά το δυνατόν πιστά, τη συμπεριφορά του συστήματος μέσα σ'ένα δεδομένο πλαίσιο. Τα μαθηματικά πρότυπα ή μοντέλο των δυναμικών συστημάτων μπορούν να ταξινομηθούν σε πολλές κατηγορίες

- χρονικά αμετάβλητα / χρονικά μεταβαλλόμενα
- αιτιοκρατικά / στοχαστικά
- με συγκεντρωμένες παραμέτρους / με κατανεμημένες παραμέτρους
- μιας μεταβλητής / πολλών μεταβλητών
- συνεχούς χρόνου / διακριτού χρόνου.

Η σύνθεση ενός αντισταθμιστή  $K(s)$ , εκτός από τη σταθεροποίηση του κλειστού συστήματος, θα πρέπει να εξασφαλίζει και την ικανοποίηση κάποιων προδιαγραφών επιδόσεων στη μεταβατική κατάσταση. Οι προδιαγραφές αυτές συνδέονται άμεσα με κάποια χαρακτηριστικά του συστήματος. Για παράδειγμα, η ύπαρξη ενός ζεύγους μοναδικών ιδιοτιμών με μικρή απόσβεση έχει ως συνέπεια μια χρονική απόκριση με μεγάλη μέγιστη υπερύψωση και ισχυρές ταλαντώσεις. Έτσι, στην περίπτωση συστήματος μιας εισόδου-μιας εξόδου, η χρονική απόκριση σε μοναδιαία βηματική είσοδο  $u(t)$  έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Μέγιστη υπερύψωση:  $M = [\max (y(t)-y(\infty))] / y(\infty)$

-- Χρόνος ανύψωσης:  $t_m = t_{90} - t_{10}$  όπου  $t_x$  συμβολίζει το χρόνο που απαιτείται ώστε να φτάσει η έξοδος  $y(t)$  στο  $x\%$  της τελικής τιμής της.

-- Χρόνος αποκατάστασης  $T_s$  (settling time) είναι ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει και να παραμείνει η χρονική απόκριση στο τα  $5\%$  της τελικής τιμής της.

Με βάση τα χαρακτηριστικά αυτά, η απόκριση θεωρείται ικανοποιητική, εφόσον η μέγιστη υπερύψωση είναι ελάχιστη ή και μηδενική, ο χρόνος ανύψωσης πολύ μικρός και ο χρόνος αποκατάστασης κατά το δυνατόν ελάχιστος. Επειδή δεν είναι εφικτός ο υπολογισμός ενός νόμου ελέγχου που να εξασφαλίζει μια χρονική απόκριση με ακριβή χαρακτηριστικά, συνήθως επιδιώκεται οι προδιαγραφές της μεταβατικής χρονικής απόκρισης να βρίσκονται στο εσωτερικό μιας επιθυμητής περιοχής.

Τα παραπάνω βολεύουν κυρίως παιδιά θεωρητικής κατεύθυνσης που δώσανε το δικό τους στίγμα, όπως και η έννοια της αβεβαιότητας ήταν ενδιαφέρουσα για τους μαθητές.[5]

#### 4.3. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΗΜΕΙΟΥ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Σαν σημείο ισορροπίας θεωρούμε την επιθυμητή κατάσταση που θέλουμε να φτάσει το σύστημα μας μέσω μιας στοιχειώδους εισόδου(ερεθίσματος).

##### i). **Υπερύψωση** (overshoot)

Ισούται με τη μέγιστη τιμή της διαφοράς των μεγίστων μεταξύ των αποκρίσεων στη μεταβατική κατάσταση και τη μόνιμη κατάσταση ισορροπίας όταν το σύστημα διεγείρεται από μια μοναδιαία βηματική είσοδο (μια χαρακτηριστική διέγερση που δίνεται λίγο παρακάτω) δηλ. το ερέθισμα που γίνεται με διακριτό σταθερό ρυθμό. Ποσοστό υπερύψωσης  $[100 (y_m - y_t)]/y_t$

##### (ii). **Χρόνος καθυστέρησης** $T_d$ (Delay Time).

Ο χρόνος που απαιτείται ώστε η βηματική απόκριση να φτάσει το  $50\%$  της τελικής τιμής

(iii) **Χρόνος Ανόδου**  $T_r$  (Rise Time).

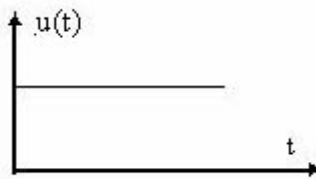
Το χρονικό διάστημα στο οποίο η βηματική απόκριση μεταβαίνει από το 10% στο 90% της τελικής της τιμής

**ΑΠΛΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

Μοναδιαία συνάρτηση (unit step function)

$$u(t) = 1 \quad t \geq 0$$

$$u(t) = 0 \quad t \leq 0$$



Χρονική μετατόπιση  $x$

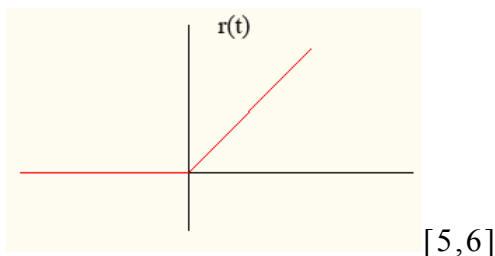
(α)  $x(t+t_0)$  δεξιά κατά  $t_0$

(β)  $x(t-t_0)$  αριστερά κατά  $t_0$ .

Συνάρτηση «ράμπας (ή κλίσης)»

$$r(t) = t \quad t \geq 0$$

$$r(t) = 0 \quad t \leq 0$$



[5,6]

**4.4. Θεωρία Ελέγχου στη Μ.Ε. σε χώρες του εξωτερικού**

Τη σημασία αλλά και την αξιοποίηση κάποιων παρατηρήσεων και μελετών, προσπάθησε να αξιοποιήσει το Αμερικανικό Εκπαιδευτικό σύστημα στις αρχές του 1998 στο Πανεπιστήμιο Καλιφόρνιας Santa Cruz (UCSC).

Αρχικός στόχος ήταν να υποκινήσει το ενδιαφέρον των μελλοντικών

σπουδαστών κολλεγίων στην εφαρμοσμένη μηχανική ελέγχου, πάνω σε έννοιες όπως η ανατροφοδότηση και την προσέγγιση των συστημάτων στην εφαρμοσμένη μηχανική. Το 2003, μια επιτροπή στις μελλοντικές κατευθύνσεις, στον έλεγχο, τη δυναμική και τα συστήματα παρείχε ένα ανανεωμένο όραμα των προκλήσεων και των ευκαιριών, για να εξασφαλίσει μια συνεχή πρόοδο σε τομείς σπουδαιότητας στη βιομηχανική και αμυντική βάση. Οι χρηματοδοτικές αυτές αντιπροσωπείες επενδύουν στις νέες προσεγγίσεις στην εκπαίδευση, για παραδοσιακά και μη ακροατήρια. Η επιτροπή πρότεινε την ολοκλήρωση των εργαλείων λογισμικού όπως Matlab σ' αυτές τις σειρές μαθημάτων.

Στη συνέχεια θα γίνει μια προσπάθεια εισαγωγής μαθημάτων για τον έλεγχο ανατροφοδότησης, για όλα τα ακροατήρια. Το υλικό αυτής της σειράς μαθημάτων είναι βασισμένο στις θεμελιώδεις έννοιες όπως δυναμικά συστήματα, διαμόρφωση, ανάλυση σταθερότητας, ευρωστία στην αβεβαιότητα, στην ανατροφοδότηση και το σχέδιο των νόμων ελέγχων ανατροφοδότησης, για να κατασκευαστεί μια επιθυμητή στατική και δυναμική απάντηση. Η σειρά περιλαμβάνει μια σειρά από εργαστηριακές παρατηρήσεις, για να ενισχύσει τις παραπάνω έννοιες και καταλήγει με την απαίτηση να βρεθεί ένας ελεγκτής για να επιτύχει την κίνηση κοντά σε τοίχους ενός ρομπότ (αυτοκινούμενο όχημα).

Η μόνη προϋπόθεση για τη σειρά μαθημάτων είναι η τριγωνομετρία (και βάση της ελληνικής πραγματικότητας, η κυκλική κίνηση, η σχετική κίνηση και τα κύματα Φυσικής κατ. Γ' Λυκείου).

Σε διάρκεια 4 εβδομάδων το καλοκαίρι του 2005, μια ομάδα 17 ταλαντούχων σπουδαστών (τάξη K-12) πήρε μέρος σ' αυτή τη διαδικασία που κράτησε περίπου 30 ώρες διάλεξης, και στο τέλος κάθε σπουδαστής είχε εφαρμόσει έναν ελεγκτή για την κίνηση ενός ρομπότ κοντά σε τοίχους (αποκαλούμενο Robobrain). Οι σπουδαστές απέκτησαν μια βασική κατανόηση των αρχών ελέγχου ανατροφοδότησης και της σπουδαιότητας του στις εφαρμογές.

Η επιτυχία αυτών των μαθημάτων έχει οδηγήσει σε μια προπτυχιακή



σειρά μαθημάτων στο UCSC ως εφαρμοσμένης μηχανικής υπολογιστών και αυτοματοποίηση ρομπότ: νοημοσύνη μέσω του ελέγχου ανατροφοδότησης.

Σε παρόμοιο πνεύμα κινείται και το Νορβηγικό Πανεπιστήμιο της Επιστήμης και της Τεχνολογίας όπως και το Πανεπιστήμιο του New Haven, χρησιμοποιώντας και λίγη μαθηματική διαμόρφωση. Αντ'αυτού με τη βοήθεια ειδικού λογισμικού και κάποια εφαρμοσμένα πειράματα ελέγχου, οι σπουδαστές μπορούν να επιλέξουν και να μελετήσουν διάφορες περιπτώσεις.

Το υλικό παρουσιάστηκε σε εννέα διαλέξεις, χρονικής διάρκειας από μιας έως τριών ωρών, ανάλογα με την πολυπλοκότητα των θεμάτων και τη δυνατότητα του ακροατηρίου. Η πρώτη διάταξη είναι ένα σύνολο παρουσίασης διαφανειών. Κάθε μία από τις υπόλοιπες διαλέξεις αποτελείται από δύο μέρη: το πρώτο μέρος μια 15-20λεπτη παρουσίαση με διαφάνειες και το δεύτερο μέρος 45-160λεπτη παρουσίαση με διαλεκτική μορφή και ασκήσεις.

Οι διαλέξεις είναι δομημένες αμφίδρομα, καθώς εναλλάσσονται μεταξύ σύντομων εξηγήσεων των σημαντικών εννοιών του που δίνονται σε ολόκληρη την κατηγορία και του χρόνου που διατίθεται για τους σπουδαστές για τη λύση ασκήσεων χωριστά και ανά ζευγάρια. Κάθε μαθητής έχει πρόσβαση σε Η/Υ και γνωρίζει τη χρήση της Matlab

### **1<sup>η</sup> Διάλεξη**

Γίνεται μια πρώτη εισαγωγή στον έλεγχο ανατροφοδότησης που δείχνει πως η ανατροφοδότηση εμφανίζεται συνήθως στη φύση και στην εφαρμοσμένη μηχανική. Η εισαγωγή δίνει επίσης μια επισκόπηση των μαθηματικών εργαλείων όπως και μιας πρόβλεψης για την ρομποτική πλατφόρμα Robobrain.

### **2<sup>η</sup> Διάλεξη**

Γίνεται και εδώ μια εισαγωγή σε έννοιες όπως της μεταβλητής ανάθεσης των διανυσμάτων (για την κίνηση) και του Matlab (των m-files (συναρτήσεις αρχείων), loop-function για τη χάραξη στοιχείων

(βρόγχων)).

### 3<sup>η</sup> και 4<sup>η</sup> Διάλεξη

Μέσω των διακριτών κινήσεων εισάγεται η ακολουθία σημείων με τη μορφή

$x_{k+1}=f(x_k)$  όπου  $x_k$  η κατάσταση του συστήματος στο χρονικό βήμα  $x_k$ .

Έχουμε έτσι μια τροχιά σημείων (αριθμών)  $x_0, x_1, \dots, x_n$  που προέκυψε από ένα δεδομένο αρχικό σημείο  $x_0$  και την αξιολόγηση των χρόνων  $n$ . Καθορίζουμε στη συνέχεια τη σημασία της διαδικασίας  $f$  να είναι γραμμική (linear) π.χ.  $f(x)=nx$  ή μη γραμμική (non linear) π.χ.  $f(x)=\cos x$ . Η έννοια του σταθερού σημείου (ισορροπία) καθορίζεται στη συνέχεια. Η ποσοτική και ποιοτική συμπεριφορά κοντά στα σταθερά σημεία εξερευνάται στην περίπτωση της γραμμικής  $f(x)$ .

Στη συνέχεια καθορίζουμε ποιοτικά, τη σταθερότητα (ποιοτική) και την ελκυστικότητα (ποσοτική, οικονομία χρόνου) ενός σταθερού σημείου με την εξέταση των τροχιών για ένα σύνολο αρχικών όρων κοντά στο σταθερό σημείο.

Σταθερότητα (stability) είναι η παραμονή της τροχιάς κοντά στο σταθερό σημείο, εφόσον αρχίζει η τροχιά από κάποιο τυχαίο σημείο.

Ελκυστικότητα (attractive) είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να φθάσει στο σταθερό σημείο (οικονομία χρόνου).

Επίσης ορίζονται και τα ασταθή σημεία (οι προδιαγραφές που πρέπει να διέπουν αυτά τα σημεία). Επιπλέον, οι σπουδαστές ήταν σε θέση να εφαρμόσουν αυτούς τους ορισμούς σε open-loop (ανοικτά συστήματα, συστήματα μιας εντολής) και σε closed-loop (κλειστά συστήματα). Σαν πρόβλεψη της πολυπλοκότητας που είναι δυνατό να συμβεί, οι μαθητές εξετάζουν την περίπτωση, όπου  $f(x)=rx(1-x)$  και  $r \in [0,4]$ . Οι σπουδαστές καλούνται για τις διάφορες τιμές του  $r$ , να παράγουν μια πλοκή που παρουσιάζει περιοριστική συμπεριφορά, δεδομένου ότι η παράμετρος  $r$  είναι ποικίλη ( $r \in [0,4]$ ). Τα πρώτα συμπεράσματα είναι χαοτικά! Κάτι τέτοιο βοηθά τους σπουδαστές και

τους παρακινεί να βρουν τη λύση επιλέγοντας τη σωστή πορεία ανάμεσα στα αδιέξοδα. Η προηγούμενη συνάρτηση είναι ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού με παραβολή ως γραφική παράσταση.

### 5<sup>η</sup> Διάλεξη

Με βάση τις προηγούμενες παρατηρήσεις, οι σπουδαστές μπορούν να σκεφτούν μια πρότυπη λειτουργία της  $f(x)$  που παράγει μια τροχιά που να ταιριάζει με την πραγματικά εξελισσόμενη συμπεριφορά ενός δεδομένου συστήματος. Στην έναρξη, οι έννοιες της αβεβαιότητας και της ευρωστίας είναι εντυπωσιακές για τους σπουδαστές. Αν και τα πρότυπα δεν είναι ποτέ τέλεια, η ελπίδα είναι ότι είναι αρκετά καλά για μια στενή αντιστοιχία στην πραγματικότητα και τελικά για το σχέδιο και την ανάλυση ελέγχου. Στη συνέχεια δίνεται ένα μοντέλο από τους τύπους

$$x_{k+1} = x_k + \Delta u_k \cos \theta_k$$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta u_k \sin \theta_k$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta U_k$$

όπου  $(x, y)$  δείχνει τη θέση στο διάστημα,  $\theta$  δείχνει τον προσανατολισμό του robot,  $\Delta$  είναι η περίοδος των δειγμάτων (ο χρόνος από τη μια στιγμή στην επόμενη),  $u_k$  η μεταφορική και  $U_k$  η περιστροφική ταχύτητα (που αντιστοιχούν στις δύο εισαγωγές ελέγχου). Δεδομένου ότι το πρότυπο ρομπότ έχει τις εισαγωγές ελέγχου, η έννοια του σταθερού σημείου επεκτείνεται για να εξαρτηθεί από τις σταθερές τιμές των τιμών ελέγχου.

Τα διάφορα μοντέλα δεν είναι τέλεια στην πρόβλεψη της απάντησης των πραγματικών συστημάτων. Στην καλύτερη περίπτωση αποτελούν μια καλή προσέγγιση. Ένας λόγος για την ατέλεια των προτύπων είναι η αβεβαιότητα η οποία μπορεί να προκύψει από τις διάφορες πηγές. Παραδείγματος χάριν, συνήθως δεν ξέρουμε με τη συνολική ακρίβεια, τις τιμές των παραμέτρων του συστήματος, όπως η μάζα ή ο συντελεστής τριβής. Αν και οι προσεγγίσεις απαιτούνται πάντα στη διαμόρφωση, μια αρχή που έχει τη δύναμη να δώσει λύση είναι η ευρωστία. Η ευρωστία είναι η δυνατότητα ενός συστήματος να το κάνει να μην εξαρτάται από

τη μέτρηση, την παράμετρο και τις περιβαλλοντικές παραλλαγές ή τις αβεβαιότητες.

Ας πάρουμε το μοντέλο του ελέγχου πλοήγησης ενός αυτοκινήτου.

$$V_{ktl} = V_k + (\Delta/m) [-b v_k + U_{eng,k} + U_{h,ll,k}]$$

Όπου:  $v_k$  η ταχύτητα του αυτοκινήτου στο  $k$  σημείο

$m$  η μάζα του αυτοκινήτου

$\Delta$  η περίοδος των δειγμάτων

$b$  ο συντελεστής τριβής

$U_{h,ll,k}$  η οδική κλίση

$U_{eng,k}$  εισαγωγή ελέγχου επιταχυντών.

Η αβεβαιότητα μέτρησης εμφανίζεται όταν οι μετρήσεις  $v_k$  δεν είναι ακριβείς. Παραδείγματος χάριν, ο αισθητήρας ταχύτητα αν δείχνει  $v_k + \sigma_k$ , όπου  $\sigma_k$  μια τυχαία αλλαγή, που αλλοιώνει τη μέτρηση της ταχύτητας. Η βεβαιότητα παραμέτρου προκύπτει εάν δεν ξέρουμε τη μάζα  $m$  ακριβώς. Αυτό συμβαίνει δεδομένου ότι τα καύσιμα καίγονται προκαλώντας μια μείωση στη μάζα, και δεν λαμβάνεται αυτό υπόψη, δεδομένου ότι υποτίθεται ότι η  $m$  είναι σταθερή για όλο το χρόνο.

Η ευρωστία είναι μια από τις πιο χρήσιμες ιδιότητες του ελέγχου. Στην παραπάνω τώρα σχέση, καταλαβαίνουμε πως ο ελεγκτής προσαρμόζει αυτόματα τον επιταχυντή θέτοντας έτσι το σύστημα να μην εξαρτάται από την αναρρίχηση μιας ανηφόρας ή στην κίνηση προς τα κάτω, και κάνει έτσι σταθερή ή προκαθορισμένη την κίνηση, ανεξαρτήτως των μεταβολών των  $v_k$ ,  $U_{h,ll,k}$

## 6<sup>η</sup> Διάλεξη

Σ' αυτή τη διάλεξη εισάγεται η έννοια της ανατροφοδότησης. Τα πλεονεκτήματα των προτύπων και των προσομοιώσεων για τον έλεγχο σχεδίασης και την ανάλυση, είναι ελκυστικότερα από τις διάφορες δοκιμές των ελεγκτών, στις πραγματικές συνθήκες (π.χ. πτήσεις στον Άρη έγιναν τέλος Μαΐου 2008).

Με βάση τα μαθηματικά που έχουν παρουσιαστεί μέχρι τώρα, ο έλεγχος ανατροφοδότησης εισάγεται εδώ ως μέσο μιας δυναμικής

διαμόρφωσης. Συγκεκριμένα ο έλεγχος φαίνεται να επιτρέπει τον επαναπροσδιορισμό των αμετάβλητων στοιχείων ενός μοντέλου, διασφαλίζοντας ταυτόχρονα ότι τα επιθυμητά σημεία είναι σταθερά και ελκυστικά. Έτσι το αρχικό μοντέλο  $x_{k+1}=f(x_k)$  ανασχηματίζεται για να συμπεριλάβει τη μονάδα ελέγχου  $u_k$  ως  $x_{k+1}=f(x_k, u_k)$

Έπειτα επανεξετάζεται το δυναμικό μοντέλο ανοιχτού κυκλώματος του ελέγχου πορείας του αυτοκινήτου ρυθμίζοντας  $u_{eng,k}=0$  για κάθε  $k$  στο [S1]. Ζητείται από τους μαθητές να υπολογίσουν και να αναλύσουν τη σταθερή ταχύτητα χωρίς την παρουσία κεκλιμένου δρόμου επιφέροντας σύγκλιση εξαιτίας της τριβής από κάθε αρχική ταχύτητα, καθώς το μοναδικό μέσο για να προσδιορίσουν οι μαθητές τη σταθερότητα, εφόσον δεν γνωρίζουν άλγεβρα κυκλωμάτων, είναι τα παραδείγματα ποσοτήτων που δεν έχουν μέγεθος (υπολογισμοί τροχιάς), παρά η ανάλυση. Συνεχίζοντας με το παράδειγμα ελέγχου πορείας ζητείται από τους μαθητές να επαναυπολογίσουν το αμετάβλητο σημείο με τον έλεγχο στο (S1) που ορίζεται ως  $u_{eng,k}=K(V_{des}-v_k)$ , όπου  $V_{des}$  είναι η επιθυμητή ταχύτητα του οχήματος όταν ο ελεγκτής πορείας διεύθυνσης λειτουργεί. Αν υποθέσουμε ότι υπάρχει μια διαρκής, πιθανότατα μη μηδενική διαταραχή κλίσης, η ταχύτητα ισορροπίας δίνεται από τον τύπο

$$U_{eq}=[K/(b+k)]V_{des} + [1/(b+k)]U_{hill}$$

Αυτό το παράδειγμα επιτρέπει στους μαθητές να δημιουργήσουν ένα αμετάβλητο σημείο επιλέγοντας τον έλεγχο. Οι μαθητές ανακαλύπτουν ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $K$  τόσο πιο κοντά πλησιάζει η σταθερή ταχύτητα την επιθυμητή τιμή και εξίσου λιγότερη είναι η επιρροή της κλίσης του δρόμου σε αυτή. Υπολογίζοντας τροχιές οι μαθητές μπορούν να εξετάσουν τη σταθερότητα και την έλξη του σταθερού σημείου  $V_{eq}$ .

### 7<sup>η</sup> Διάλεξη

Ένα ομαδοποιημένο διακριτό σύστημα-πρότυπο ενός εκκρεμούς δίνεται από τον τύπο  $(1/\Delta^2)(\theta_{k+1}-2\theta_k+\theta_{k-1})=-\sin\theta_k+u_k$  όπου

$\theta_k$  η γωνία του εκκρεμούς στο  $k$  σημείο

$u_k$  έλεγχος ροπής

Στόχος είναι να σχεδιαστεί το  $u_k$  για να κάνει το εκκρεμές την όρθια θέση  $\theta_{eq}=\pi$  ένα σταθερό και ελκυστικό σημείο. Το πρότυπο μετατρέπεται στη μορφή  $x_{k+1}=f(x_k, u_k)$ . Οι σπουδαστές μπορούν με συχνές αλλαγές της παραμέτρου να καταλήξουν σε αρκετά χρήσιμα συμπεράσματα, να καταλάβουν την τεχνική κάνοντας την παρακάτω αλλαγή, θέτοντας ως  $x_k=(z_k, y_k)=(\theta_k, \theta_{k-1})$  και (2)

$$f(x_k, y_k) = \begin{pmatrix} 2z_k - y_k - \Delta^2 \sin z_k + \Delta^2 u_k \\ z_k \end{pmatrix}$$

οι σπουδαστές έπειτα καλούνται να βρουν σταθερό σημείο  $u_{eq}$ , έτσι ώστε το σύστημα να έχει τα σταθερά του σημεία στην όρθια θέση δηλ.  $x_{eq}=(\pi, \pi)$ . Έπειτα ο έλεγχος ορίζεται ως  $u_k=u_{eq}+u_k$  και φαίνεται ότι το πρώτο  $u_{eq}$  επανεκχωρεί την ισορροπία όπως επιδιώκεται, ενώ ο δεύτερος όρος  $u_k$  καθιστά την ισορροπία σταθερή και ελκυστική. Το επιθυμητό σταθερό σημείο μπορεί να σταθεροποιηθεί με την επιλογή των παραμέτρων  $k_1$  και  $k_2$  στον έλεγχο ανατροφοδότησης

$$u_k=k_1(\theta_{eq}-z_k) +k_2(\theta_{eq}-y_k)$$

χρησιμοποιώντας ειδικά προγράμματα, οι σπουδαστές εξετάζουν την απάντηση του εκκρεμούς στις διάφορες επιλογές παραμέτρων ελέγχου και μπορούν έτσι να προσδιορίσουν τις παραμέτρους που οδηγούν στη σταθερότητα και στην ελκυστικότητα.

### 8<sup>η</sup> Διάλεξη

Αυτή η διάλεξη αρχίζει με τον προσδιορισμό των συστημάτων ισορροπίας για τα robot τα οποία είναι όλα σταθερά  $(x_{eq}, y_{eq}, \theta_{eq})$  με το σχετικό έλεγχο που εισάγεται  $(u_{eq}, U_{eq})=(0,0)$ . Οι σπουδαστές καλούνται να αποφασίσουν εάν τα συστήματα ισορροπίας είναι σταθερά και ελκυστικά, χρησιμοποιώντας τους ποιοτικούς ορισμούς στη διάλεξη 3. Μόλις αποφασίσουν ότι κάθε σύστημα ισορροπίας είναι σταθερό αλλά μη ελκυστικό, αρχίζουμε να εξετάζουμε τους ελεγκτές ανατροφοδότησης που καθιστούν ένα επιλεγμένο σύστημα ισορροπίας σταθερό και

ελκυστικό.

Οι σπουδαστές συνειδητοποιούν ότι οι έλεγχοι σε ανοικτό σύστημα γίνονται στην αρχή της κίνησης, χωρίς να εξετάζουν την πραγματική εξέλιξη του robot στη διάρκεια της κίνησης και βλέπουν τους κινδύνους που συνδέονται με μια ανοικτού τύπου στρατηγική. Οι σπουδαστές καλούνται να μιμηθούν το πρότυπο με το ίδιο σήμα ελέγχου και τους αρχικούς όρους, όπως πριν, αλλά με μια μικρή διαταραχή στις εξισώσεις. Η προκύπτουσα τροχιά δεν είναι πλέον ημιτονοειδής, λόγω αυτής της διαταραχής. Έτσι οι σπουδαστές πείθονται για την ανάγκη ανατροφοδότησης για να είναι ο έλεγχος αποτελεσματικός για μια επιθυμητή τροχιά.

### 9<sup>η</sup> Διάλεξη

Η διάλεξη 9 αποτελείται από τρία μέρη. Κατ'αρχάς οι σπουδαστές ξαναέρχονται σε ένα διακριτό σύστημα και τις μεταβλητές ελέγχου  $u_k$ ,  $U_k$  τα οποία αντιστοιχούν στην μπροστινή και γωνιακή ταχύτητα. Στο δεύτερο μέρος, οι σπουδαστές καλούνται, μέσω μιας στρατηγικής, να βρει το ρομπότ τον τοίχο και να το κάνει να γυρίσει για να ακολουθήσει τον τοίχο σε μια συγκεκριμένη απόσταση  $d_{sep}$ . Οι μετρημένες αποστάσεις στον τοίχο από κάθε υπέρυθρο αισθητήρα καθορίζονται από την  $d_{i,f}$  η απόσταση από τον αριστερό μπροστινό αισθητήρα, την  $d_{i,m}$ , την απόσταση από τον αριστερό μεσαίο και την  $d_{i,b}$  από τον αριστερό πίσω αισθητήρα. Οι σπουδαστές καλούνται να υπολογίσουν πώς να μετατρέψουν τις τρεις κλιμακωτές μετρήσεις  $d_{i,f}$ ,  $d_{i,m}$ ,  $d_{i,b}$  σε μεταβλητές συστήματος  $x$  και  $\theta$ .

Η λογική που χρησιμοποιείται για να βρει το ρομπότ τον τοίχο είναι απλή. Το ρομπότ προωθεί αρχικά με μια σταθερή ταχύτητα  $U=0$  και  $u=U_{nom}$ , όπου  $U_{nom}$  το 50% της μέγιστης ταχύτητας μιας ρόδας. Το ρομπότ συνεχίζει να κινείται έως ότου διαβάσει ο μπροστινός αισθητήρας  $d_f \sim 2d_{sep}$ , όπου  $d_{sep}$  είναι η επιθυμητή απόσταση. Το ρομπότ γυρίζει έπειτα δεξιόστροφα αργά με ισχύ  $(u,U)=(0,-0,05U_{nom})$ . Το ρομπότ συνεχίζει έως ότου  $d_{i,b}$ ,  $d_{i,m}$ ,  $d_{i,f}$  είναι 0,2cm το ένα από το άλλο. Μετά

από αυτή τη διαδικασία, το ρομπότ χρησιμοποιεί τους τρεις αριστερούς αισθητήρες για να παρακολουθήσει τις θέσεις  $x$  και  $\theta$  σχετικά με τον τοίχο.

Το τρίτο μέρος της διάλεξης αποτελείται από το σχεδιασμό και την ανάλυση του ελεγκτή.

$$U_k = u_{nom}$$

$$U_k = k_p(x_k - d_{sep}) + k_d \cdot (X_k - x_{k-1}) / \Delta$$

Οι σπουδαστές καλούνται να τροποποιήσουν το `robobrain.m` που είδαμε στην 8<sup>η</sup> διάλεξη για να περιλάβουν τους ελεγκτές ανατροφοδότησης  $k_p$  &  $k_d$ . Η νέα λειτουργία ζητά την αρχική διαμόρφωση  $x_0, y_0, \theta_0$  του ρομπότ, το χρονικό διάστημα  $\Delta$ , τον αριθμό των επαναλήψεων  $n$ , την επιθυμητή απόσταση  $d_{sep}$  και τους ελεγκτές  $k_p$  &  $k_d$  και στη συνέχεια δίνει τις τροχιές  $x, y, \theta$ .

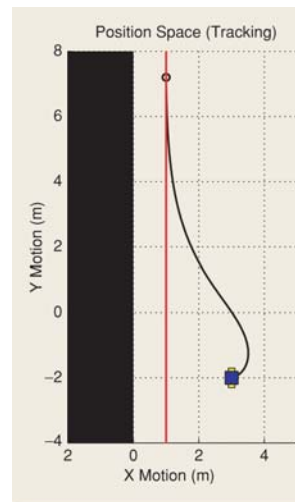
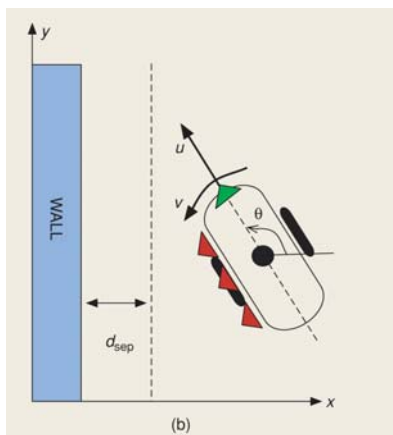
Για να ολοκληρωθεί η διάλεξη, οι σπουδαστές καλούνται να συντονίσουν τις τιμές  $k_p$  και  $k_d$  των ελεγκτών. Επειδή τα μαθηματικά (κυρίως Άλγεβρα) για τους σπουδαστές είναι άγνωστα, καλούνται να κάνουν απλές δοκιμές. Κάθε σπουδαστής καθοδηγείται για να περιγράψει τις επιλογές του στις παραμέτρους πάνω στο πρόγραμμα (μέσω της γλώσσας προγραμματισμού C). Η εργασία γίνεται ομαδικά, με τη συνεργασία δύο ή τριών σπουδαστών, για να ακολουθήσει μια κυρτή εσωτερική πορεία. Οι ομάδες ανταγωνίζονται για να δουν ποιο από τα ρομπότ ομάδων μπορεί να ακολουθήσει την κυρτή πορεία για τη μεγαλύτερη απόσταση.

Η απόδοση των ρομπότ για να κρατήσει μια καθαρή απόσταση από ένα κυρτό τοίχο καταδεικνύει την ευρωστία του ελεγκτή. Οι σπουδαστές επίσης παρατηρούν ότι στις θέσεις όπου η καμπύλη του τοίχου είναι πιο κλειστή, ο ελεγκτής δεν αποδίδει εξίσου καλά. Χτυπώντας συχνά στον τοίχο χάνει τις αποστάσεις από τον τοίχο επειδή οι υπέρυθροι αισθητήρες δεν βρίσκονται στη σειρά. Η μειωμένη απόδοση καταδίωξης σ'αυτά τα σημεία καταδεικνύουν πιο αισθητά τους περιορισμούς του ελεγκτή και των αισθητήρων, της έμφυτης σύζευξης, των περιοριστικών



αισθητήρων και της σταθερότητας ελεγκτών καθώς επίσης και της ευρωστίας και της απόδοσης. Έτσι φαίνεται η ανάγκη του ελέγχου ανατροφοδότησης.

Στα παρακάτω σχήματα(α). το ρομπότ Robobrain αναπτύσσεται σε UCSC και (β). ένα σχηματικό σχέδιο του ρομπότ. Οι τρεις μορφές τριγώνων στην αριστερή πλευρά του ρομπότ αντιπροσωπεύουν τους υπέρυθρους αισθητήρες που χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν την απόσταση και τον τίτλο σχετικά με τον τοίχο, ενώ η ενιαία μορφή τριγώνων στο μέτωπο αντιπροσωπεύει έναν υπέρυθρο αισθητήρα που χρησιμοποιείται για να καθορίσει την προσομοίωση του ελέγχου ανατροφοδότησης, έτσι ώστε να κρατήσει μιας επιθυμητή απόσταση χωρισμού από τον τοίχο με μια σταθερή ταχύτητα. Ο αρχικός όρος είναι  $x_0=3\mu$ ,  $y_0=2\mu$ . και  $\theta_0=0$  RAD, η ονομαστική ταχύτητα τοίχος-καταδίωξης είναι  $\beta_{nom}=1m/s$ , και ο επιθυμητός χωρισμός είναι  $\delta_{sep}=1\mu$ . Τα κέρδη ελέγχου είναι  $K_\pi=1/3$  και  $K_\delta=1$ . Η περίοδος δειγμάτων είναι  $=0,05s$



Ενώ όλα τα παραπάνω είναι πάρα πολύ καλά και παρόλο που τα εξήγησα σε μαθητές όλων των βαθμίδων, μας έλειψε η πρακτική εφαρμογή. Για αυτό προτείνω δύο σχέδια μαθήματος, διαφορετικά σε Γυμνάσιο και Λύκειο.[7]

## 5. Εφαρμογές στο σχολείο

### 5.1. Σχέδιο μαθήματος Γυμνασίου (10 ώρες)

1<sup>η</sup>) Εισαγωγή στις συντεταγμένες στο επίπεδο, γίνεται στη Β' Γυμνασίου

Διδασκαλία κατά Pestalozzi (εποπτική διδασκαλία) παρατήρηση και εξέταση από τους μαθητές (τι είναι μηχανές).

2<sup>η</sup>). Επαφή των μαθητών με διάφορα μηχανήματα, παιχνίδια κυρίως κατευθυνόμενα (συνεχόμενη παρέμβαση του παιδιού)

Ομιλία με τους μαθητές, δικές τους παρατηρήσεις και συμπεράσματα.

3<sup>η</sup>). Κατά Morrisson. Εξερεύνηση-παρουσίαση-αφομοίωση-οργάνωση-έκφραση (απαρίθμηση).

Ζητούμε από τους μαθητές να δημιουργήσουν κατά ομάδες δικές τους παρουσιάσεις με διάφορα τηλεκατευθυνόμενα

4<sup>η</sup>). Αξιολόγηση της προσπάθειας από τις άλλες ομάδες με φύλλα διδασκαλίας.

Ζητούμε από τους μαθητές με καθοδηγούμενα πλέον φύλλα να δημιουργήσουν κατάλληλες απορίες για αυτόματα συστήματα.

Παρουσίαση κάποιων αυτόματων μηχανών.

5<sup>η</sup>). Ζητούμε από τους μαθητές να παρουσιάσουν κάποια δικά τους αυτόματα, μέσω της ιστορίας των αρχαίων Ελλήνων (Α' ομάδα) και σύγχρονων αυτομάτων, μέσω εργασιών (Β' ομάδα).

6<sup>η</sup>). Κάνουμε οργάνωση όλων των εργασιών και προσπαθούμε να βρούμε ομοιότητες και διαφορές (εξωτερικοί παράγοντες)

7<sup>η</sup>). Εισαγωγή στην έννοια του Βέλτιστου Ελέγχου και της ευστάθειας, κυρίως ορισμοί με παραδείγματα από τη ζωή (ή και ιστορικά) – Παιχνίδι με τις συντεταγμένες.

Η χρησιμότητά τους

Θέτω  $A(x_0, y_0)$  ένα αρχικό σημείο και θεωρώντας ότι επιτρέπεται η

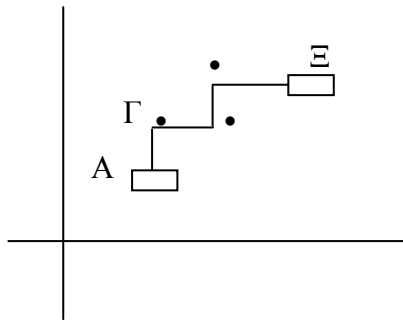
κίνηση μόνο πάνω και δεξιά, προσπαθώ να φτάσω σε κάποιο στόχο. Στην κίνηση μου αυτή εισέρχονται τρεις παράμετροι.

(α). κάποια φυσικά εμπόδια

(β). έστω ότι σε κάθε κίνηση χρειάζεται  $t_0=2\text{sec}$  για να ελέγξω και να αποφασίσω πού πρέπει να κινηθώ

(γ). βήμα έχει μήκος 1 μονάδα.

(6)



Ξεκινώντας από το A έχει μόνο μία κίνηση (δεξιά), το ίδιο και στη θέση Γ. Αφήνουμε τα παιδιά να υπολογίσουν το χρόνο που χρειάστηκε το σώμα να πάει από τη θέση A στη θέση Ξ, που είναι και η τελική του θέση

8<sup>η</sup>). Ζητούμε από τις ομάδες που δημιουργήσαμε, να κάνουν δικά τους παραδείγματα, με δικά τους φυσικά εμπόδια, υπολογίζοντας και το χρόνο που χρειάζεται για τη μετάβαση από την αρχική στην τελική κατάσταση. Όσο πιο κοντά στην πραγματικότητα είναι τόσο πιο ενδιαφέρον γίνεται από τα παιδιά.

9<sup>η</sup>). Στη συνέχεια τους ζητάμε να οργανώσουν και να εκφράσουν ό,τι έχουν κάνει ή έχουν ακούσει από τις υπόλοιπες ομάδες και προσπαθεί πλέον ο καθηγητής να δώσει ένα πρώτο πλάνο του ελέγχου των συστημάτων.

Τους δίνουμε τη δυνατότητα να καταλάβουν την αναγκαιότητα χρησιμοποίησης ανιχνευτών (για τον εντοπισμό εμποδίων), τον αναγκαίο χρόνο που χρειάζεται για τον έλεγχο της κίνησης (αυτόν σταδιακά τον μειώνουμε σε 1 sec) και της ανατροφοδότησης του ελέγχου κίνησης

(Βέλτιστη κίνηση-Αποφυγή αδιεξόδου, Rakman. Προσπαθούμε να αναλύσουμε τη βέλτιστη κίνηση σε κάθε προσπάθεια, όπως τις κινήσεις στο ποδόσφαιρο.

Του εξηγούμε ότι όταν για μας μια κίνηση είναι αυτονόητη από την αρχή, γιατί έχουμε ένα γενικό πλάνο των εμποδίων, για μια μηχανή κάτι τέτοιο είναι αδύνατο

10<sup>η</sup>). Μια ανακεφαλαίωση είναι πάντα απαραίτητη σε ό,τι τα παιδιά αρχίζουν να καταλαβαίνουν με το δικό τους ξεχωριστό τρόπο όσον αφορά στη λειτουργία των αυτομάτων, αλλά και στο πώς αυτά μπορούν να παρουσιαστούν με τα Μαθηματικά που ήδη γνωρίζουν. Η μείωση του μήκους των διαστημάτων (πάμε σε μορφή καμπυλών) και του χρόνου απόκρισης μιας μηχανής (μικρότερος χρόνος, καλύτερη μηχανή) είναι σίγουρα τα επόμενα βήματά μας. Η ανατροφοδότηση και η Θεωρία Ελέγχου έχει μπει ήδη στη ζωή τους.

Περνάμε πια από τη διακριτικότητα στη συνέχεια. Καταλαβαίνουν όμως πλέον και την ανάγκη διακριτών χρόνων και διαστήματος.

## 5.2. Σχέδιο μαθήματος Γ' Λυκείου (10 ώρες)

1<sup>η</sup>). Εισαγωγή με πρωταρχικές έννοιες φυσικής, όντως της κίνησης και της ενέργειας.

Διδασκαλία κατά Driver-Oldman.

Προσανατολισμό- Εκμαίευση- Αναδόμηση- Εφαρμογή -Αναθεώρηση

2<sup>η</sup>). Ζητάμε από τους μαθητές να περιγράψουν τα είδη των μηχανών που υπάρχουν, επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον μας σε μηχανές που αλλάζουν τη λειτουργία τους κατά την εκτέλεση μιας εργασίας τους.

3<sup>η</sup>). Η χρήση τηλεκατευθυνόμενου οχήματος και η μελέτη της κίνησής του, σ' ένα φυσικό περιβάλλον όπως και του χρόνου που χρειάζεται για να πάει από το αρχικό στο τελικό σημείο, μπορεί να γίνει με τη μορφή διαγωνισμού.

Δίνουμε τη δυνατότητα έτσι στους μαθητές να καταλάβουν την αξία

του χρόνου και της συνεχόμενης επανεξέτασης της κατάστασης

4<sup>η</sup>). Μια πρώτη αναδόμηση γίνεται με μια συζήτηση πάνω σ' όλα τα αυτόματα που γνωρίζουν από cruise control μέχρι αυτόματο πιλότο. Εισαγωγή Βέλτ. Ελέγχου και ευστάθεια.

5<sup>η</sup>). Η παρουσίαση λειτουργίας σε ένα καζανάκι τουαλέτας, όπου καταδεικνύει τη διαφορά μεταξύ μιας λειτουργίας με ή χωρίς παρεμβολή, προκαλεί κάποια πειράγματα, αλλά στο τέλος καταλαβαίνουν πως αυτός ο έλεγχος είναι απαραίτητος.

6<sup>η</sup>). Πείραμα Zermelo. Πρώτα με σταθερή ταχύτητα (σχετική κίνηση σωμάτων). Αναφορά στο Β.Ε. και στην ευστάθεια

7<sup>η</sup>). Με μεταβλητή ταχύτητα, και η προσπάθεια βέλτιστης κίνησης, όπως και η αναγκαιότητα της έχει δημιουργήσει κάποια προβλήματα σε αρκετούς μαθητές, αλλά στο τέλος δείχνουν μια ικανοποίηση για το τελικό αποτέλεσμα. Αναφορά στις εξωτερικές επιδράσεις (Σ' όσους γνωρίζουν καλά Μαθηματικά, δίνουμε τη δυνατότητα μέσω του πειράματος με την κούνια(δες στο παράρτημα), να κατανοήσουν καλύτερα το βέλτιστο έλεγχο).

8<sup>η</sup>). Στη συνέχεια δίνοντας το βασικό σχήμα της θεωρίας ελέγχου, ζητάμε να το εφαρμόσουν με κάποια δικιά τους εφαρμογή.

9<sup>η</sup>). Έλεγχος και παρουσίαση όλων των εργασιών και συζήτηση πάνω σε ομοιότητες και διαφορές που προκύπτουν.

10<sup>η</sup>). Ανακεφαλαίωση, αναδιατύπωση όλων των καταστάσεων και προοπτικές, υπάρχουσες και μελλοντικές, πάνω στις δυνατότητες της θεωρίας ελέγχου (αυτόματη κίνηση αυτοκινήτου μέσω δορυφόρου, δίνοντας αρχικό και τελικό προορισμό). ερέθισμα!

Στη συνέχεια ζήτησα από τους μαθητές να απαντήσουν (προαιρετικά) στις παρακάτω ερωτήσεις.

### 5.3. Ερωτηματολόγιο

Όνοματεπώνυμο:

Τάξη:

A' ΟΜΑΔΑ:

1). Αναφέρετε πώς η ανάδραση λειτουργεί μ' ένα παράδειγμα από την προσωπική σας εμπειρία

2). Γιατί ένα σύστημα χρειάζεται ανατροφοδότηση;

3). Υπάρχει, κατά τη γνώμη σας, ανατροφοδότηση που έχει αρνητικές επιπτώσεις στη ζωή μας;

4). Σχεδιάστε ένα ανοικτό και ένα κλειστό με ανατροφοδότηση σύστημα

(περιληπτικά με δύο, τρεις προτάσεις).

B' ΟΜΑΔΑ:

1). Γνωρίζετε τη διαφορά μεταξύ ανοικτού και κλειστού συστήματος;

Ναι Όχι Μέτρια

2). Μπορείτε να εξηγήσετε, αν σας ζητηθεί, με δικά σας παραδείγματα αυτά που ακούσατε στους συμμαθητές σας;

Ναι Όχι

3). Καταλάβατε τη χρησιμότητα και τη σκοπιμότητα του ελεγκτή;

Ναι Όχι Θέλω περισσότερες πληροφορίες

4). Γνωρίζετε τη διαφορά της διακριτής από τη συνεχή τιμή;

Ναι Όχι

5). Γνωρίζετε την έννοια της ευστάθειας;

Ναι Όχι

6). Καταλάβατε πώς επηρεάζουν οι εξωτερικοί παράγοντες το σύστημα;

Ναι Όχι Θέλω περισσότερες πληροφορίες

7). Μπορείτε να βρείτε σχέσεις μεταξύ ανατροφοδότησης και τεχνητής νοημοσύνης;

Ναι Όχι Είναι διαφορετικές

8). Πιστεύετε ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ ανθρώπινης συμπεριφοράς και τεχνητής νοημοσύνης;

Ναι Όχι Είναι ίδιες

9). Θα θέλατε περισσότερες λεπτομέρειες μέσω μαθηματικών (και αποδείξεις);

Ναι Όχι

10). Πιστεύετε ότι πρέπει να εισαχθεί αυτό το μάθημα στα σχολεία;

Ναι Όχι Αργότερα Σταδιακά

Ευχαριστώ για τη συμμετοχή

Γιάκας Ιωάννης

#### 5.4. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ

|                   |             | Β' Γυμν(57) |     | Γ' Γυμν (30) |      | Λυκ. (34) |      |
|-------------------|-------------|-------------|-----|--------------|------|-----------|------|
| A).               |             |             |     |              |      |           |      |
| 1 <sup>η</sup> ). | Καζαν.      | 9           | 16% | 8            | 27%  | 8         | 24%  |
|                   | Αυτ.Πιλ.    | 6           | 11% | 21           | 13%  | 2         | 6%   |
|                   | Καλοριφ.    | 26          | 46% | 9            | 30%  | 15        | 44%  |
|                   | TV-Η/Υ-πλ.  | 6           | 11% | 6            | 20%  | 6         | 18%  |
|                   | Καμιά       | 10          | 16% | 3            | 10%  | 3         | 8%   |
| 2 <sup>η</sup> ). | Καλή        | 32          | 56% | 25           | 83%  | 33        | 97%  |
|                   | Όχι         | 3           | 5%  |              | ---  |           | ---  |
|                   | Μέτρια      | 22          | 39% | 5            | 17%  | 1         | 3%   |
| 3 <sup>η</sup> ). | Πολεμική    | 9           | 16% | 4            | 13%  | 11        | 32%  |
|                   | Λίγο        | 20          | 35% | 10           | 33%  | 19        | 56%  |
|                   | Θερμ-Περιβ. | 23          | 40% | 14           | 47%  | 4         | 12%  |
|                   | Όχι         | 5           | 2%  | 2            | 7%   |           | ---  |
| 4 <sup>η</sup> ). | Ναι         | 55          | 96% | 30           | 100% | 34        | 100% |
|                   | Όχι         | 2           | 4%  |              | ---  |           | ---  |
| B).               |             |             |     |              |      |           |      |

|                    |           |    |     |    |     |    |      |
|--------------------|-----------|----|-----|----|-----|----|------|
| 1 <sup>η</sup> )   | Ναι       | 38 | 67% | 19 | 63% | 25 | 74%  |
|                    | Όχι       | 2  | 4%  | 1  | 3%  | 3  | 8%   |
|                    | Μέτρια    | 17 | 29% | 10 | 34% | 6  | 18%  |
| 2 <sup>η</sup> ).  | Ναι       | 36 | 63% | 18 | 60% | 28 | 82%  |
|                    | Όχι       | 21 | 37% | 12 | 40% | 6  | 18%  |
| 3 <sup>η</sup> ).  | Ναι       | 33 | 58% | 14 | 47% | 23 | 68%  |
|                    | Όχι       | 3  | 5%  | 2  | 7%  | 2  | 6%   |
|                    | Περ.Πληρ. | 21 | 37% | 14 | 46% | 9  | 26%. |
| 4 <sup>η</sup> ).  | Ναι       | 31 | 54% | 17 | 57% | 30 | 88%  |
|                    | Όχι       | 26 | 46% | 13 | 43% | 4  | 12%  |
| 5 <sup>η</sup> ).  | Ναι       | 19 | 33% | 13 | 43% | 15 | 44%  |
|                    | Όχι       | 12 | 21% | 4  | 14% | 5  | 15%  |
|                    | Μέτρια    | 26 | 46% | 13 | 43% | 14 | 41%  |
| 6 <sup>η</sup> ).  | Ναι       | 28 | 49% | 14 | 47% | 29 | 86%  |
|                    | Όχι       | 8  | 14% | 4  | 13% | 2  | 6%   |
|                    | Περ.Πληρ. | 21 | 37% | 12 | 40% | 3  | 8%   |
| 7 <sup>η</sup> ).  | Ναι       | 26 | 46% | 20 | 66% | 24 | 71%  |
|                    | Όχι       | 14 | 25% | 8  | 27% | 9  | 26%  |
|                    | Διαφορ.   | 17 | 29% | 2  | 7%  | 1  | 3%   |
| 8 <sup>η</sup> ).  | Ναι       | 50 | 87% | 24 | 80% | 32 | 94%  |
|                    | Όχι       | 2  | 4%  | 4  | 13% | 2  | 6%   |
|                    | Ιδιες     | 5  | 9%  | 2  | 7%  |    | ---  |
| 9 <sup>η</sup> ).  | Ναι       | 39 | 68% | 22 | 73% | 11 | 33%  |
|                    | Όχι       | 18 | 32% | 8  | 27% | 23 | 68%  |
| 10 <sup>η</sup> ). | Ναι       | 22 | 39% | 14 | 47% | 12 | 35%  |



|          |    |     |    |     |    |     |
|----------|----|-----|----|-----|----|-----|
| Όχι      | 5  | 2%  |    | --- | 5  | 15% |
| Αργότερα | 9  | 15% | 3  | 10% | 3  | 8%  |
| Σταδιακά | 21 | 37% | 13 | 43% | 14 | 42% |

Με βάση τις παραπάνω παρατηρήσεις μπορούμε να βγάλουμε τα παρακάτω συμπεράσματα.

A). 1<sup>η</sup>). Οι αντιδράσεις και στις τρεις ομάδες είναι ίδιες όπως και οι σχετικές τους εμπειρίες.

2<sup>η</sup>). Η γνώση της χρησιμότητας ανατροφοδότησης αυξάνεται με την ηλικία

3<sup>η</sup>). Ευαισθητοποιούνται το ίδιο

4<sup>η</sup>). Η κατανόηση (σχήμα) του κλειστού (κύκλου κάποιες φορές) και του ανοικτού γίνεται εύκολα κατανοητή σ' όλες τις ηλικίες.

B). 1<sup>η</sup>). Οι διαφορές και η περιγραφή με εκφράσεις ανοικτού και κλειστού συστήματος αυξάνεται με την ηλικία

2<sup>η</sup>). Εδώ βλέπουμε σε παιδιά θεωρητικής κατεύθυνσης Β' Λυκείου μια πτώση –κυρίως μια αδιαφορία- που διακατέχει αυτά τα παιδιά.

3<sup>η</sup>). Ο ελεγκτής γίνεται περισσότερο κατανοητός σε μεγαλύτερες ηλικίες

4<sup>η</sup>). Η έννοια της διακριτής και της συνεχούς τιμής γίνεται σταδιακά κατανοητή

5<sup>η</sup>). Η έννοια της ευστάθειας γίνεται ευκολότερα κατανοητή

6<sup>η</sup>). Η επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων σ' ένα σύστημα γίνεται άμεσα κατανοητή, κυρίως σε ώριμους μαθητές Γ' Λυκείου

7<sup>η</sup>). Η σχέση ανατροφοδότησης και τεχνητής νοημοσύνης γίνεται περισσότερο κατανοητή σε μεγαλύτερα παιδιά.

8<sup>η</sup>). Κατάλαβαν σχεδόν όλοι όμως τη διαφορά μεταξύ ανθρώπινης συμπεριφοράς και τεχνητής νοημοσύνης

9<sup>η</sup>). Τα παιδιά του Γυμνασίου μη γνωρίζοντας τη διαδικασία εισαγωγής στα Α.Ε.Ι. είναι περισσότερο πρόθυμα για περισσότερα Μαθηματικά απ' ότι τα παιδιά του Λυκείου που είναι περισσότερο

προσηλωμένα στις Πανελλήνιες εξετάσεις.

10<sup>η</sup>). Υπάρχει μια προθυμία απ'όλους για την εισαγωγή αυτού του «μαθήματος» στο σχολείο, θεωρώντας το αν μη τι άλλο, αρκετά ενδιαφέρον (σε σχέση με άλλα μαθήματα).

## **6. Εφαρμογές στη διδακτική**

### **6.1. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟΥ ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ**

#### **ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ.(ABET)**

Ο ABET 2000(Under Accreditation Board for Engineering and Technology) απαιτεί τις νέες προσεγγίσεις στον ποιοτικό έλεγχο και τη συνεχή βελτίωση στα προγράμματα εφαρμοσμένης μηχανικής. Είναι διδακτικό να αναλυθεί αυτός ο έλεγχος με όρους γνωστούς στην κοινότητα εφαρμοσμένης μηχανικής (και όχι μόνο) και να εξεταστούν οι επιπτώσεις στις πρακτικές διαφορών επιπέδων τάξεων και προγραμμάτων.

Μια κοινή προσέγγιση στην αξιολόγηση του προγράμματος είναι να ελεγχθεί η επιτυχία στατιστικά. Αυτό είναι ανάλογο με τη χρησιμοποίηση του στατιστικού ελέγχου διεργασίας με το εκπαιδευτικό πρόγραμμα ως διαδικασία και τους σπουδαστές ως εισαγωγές και αποτελέσματα. Μπορεί να προσδιορίσει τα προβλήματα, αλλά να μην προτείνει τις λύσεις.

Διαμορφώνει ο ABET 2000 και άλλες μεθόδους εκπαίδευσης στο επίπεδο αυτό και επισημαίνει τις συνέπειες για την αξιολόγηση και δίνει οδηγίες.

Ο έλεγχος ανατροφοδότησης της εκμάθησης ως σπουδαστής-κεντροθετημένη διαδικασία εξηγεί, γιατί ορισμένες εκπαιδευτικές και τεχνικές αξιολόγησης είναι «καλύτερες πρακτικές» και απαιτεί μια

σημαντική απομάκρυνση από τις παραδοσιακές μεθόδους.

Κάτω από τον πίνακα πιστοποίησης για την εφαρμοσμένη μηχανική και την τεχνολογία, οι πολιτικές οδηγίες και τα προγράμματα εφαρμοσμένης μηχανικής αξιολογούνται κάθε τρία έως έξι έτη, στα οποία οι τυχόν χρονικές ανησυχίες που μπορούν να εκφραστούν καθώς και διάφορες ανεπάρκειες που σημειώνονται, αντιμετωπίζονται με συστάσεις για τη βελτίωση τους. Αυτό αντιπροσώπευσε μια διακριτή διαδικασία βελτίωσης που οδηγήθηκε από τις εξωτερικές αναθεωρήσεις και ο καθαρός αριθμός απαραίτητων θεμάτων δημιούργησε μια ανεπιθύμητη ομοιογένεια μεταξύ των προγραμμάτων σπουδών σε εθνικό επίπεδο και την κατέστησε δύσκολη για τα προγράμματα εφαρμοσμένης μηχανικής ώστε να προσαρμοστούν και να ανταποκριθούν στην αλλαγή των βιομηχανικών αναγκών. Χρειάζεται δηλαδή μια ριζική αλλαγή πλεύσης του σκάφους που λέγεται παιδεία.

Ο ABET , ενισχύει την προοπτική ότι η εκπαιδευτική επιτυχία και η επαγγελματική πιστοποίηση στηρίζονται περισσότερο στον υπερκερασμό μιας σειράς εμποδίων, μέσα από μια σειρά μαθημάτων, παρά στην απόκλιση ενός συνόλου γνώσεων και δεξιοτήτων.

Νέα ABET κριτήρια, περιλαμβάνουν έναν κατάλογο απαραίτητων εκβάσεων προγράμματος που περιγράφεται ως ελάχιστο σύνολο αναμενόμενων δεξιοτήτων. Ακολούθως, έχει εκφραστεί ότι το επίτευγμα όλων των εκβάσεων προγράμματος σε κάποιο επίπεδο, πρέπει να ελεγχθεί για κάθε σπουδαστή πριν από την πιστοποίηση για τη βαθμολόγηση. Οι νέες οδηγίες μειώνουν πολύ τον αριθμό των απαραίτητων θεμάτων και δίνουν στα προγράμματα περισσότερη ελευθερία να ικανοποιήσουν τις ανάγκες των ιδιαίτερων συστατικών τους στην πραγματικότητα. Οι οδηγίες απαιτούν τους διακριτικούς και ιδιαίτερους στόχους του προγράμματος.

Οι νέες ABET οδηγίες εξουσιοδοτούν επίσης κάποια μορφή κατευθυνόμενης συνεχούς διαδικασίας βελτίωσης, για να εξασφαλιστεί έτσι, ότι οι στόχοι του προγράμματος και οι εκβάσεις επιτυγχάνονται και

ότι ο σπουδαστής βελτιώνεται μέσω συνεχούς ελέγχου ανατροφοδότησης. Ο παλιός (τρόπος-μέθοδος) είναι αναμφισβήτητα ευκολότερος να εφαρμόσει μέσα στο τρέχον εκπαιδευτικό πλαίσιο και φαίνεται πράγματι να είναι ο πιο επικρατών. Ο καινούργιος είναι συμβατότερος με την απαίτηση ότι όλοι οι μαθητές πρέπει να επιτύχουν όλες τις εκβάσεις για να είναι πιο φιλοσοφικά προσαρμοσμένοι στις σύγχρονες τάσεις στην εκπαίδευση. Έχει επίσης επιπτώσεις και στην πρακτική διδασκαλίας, οι οποίες εξετάζονται σε κάποιο βάθος.

Πρέπει λοιπόν να αντικατασταθεί από τη συχνότερη συλλογή δεδομένων με το στόχο στατιστικά στοιχεία με επίκεντρο το σπουδαστή και τη διαβαθμισμένη απόδοση του.

Η διαδικασία σε αυτή την αναλογία, είναι το πρόγραμμα. Οι εισαγωγές στο πρόγραμμα είναι οι σπουδαστές και τα αποτελέσματα είναι οι πτυχιούχοι. Οι μεταβλητές παραγωγής και ίσως οι μεταβλητές εισαγωγής επίσης, είναι συλλογικά μέτρα απόδοσης των ομάδων και των πτυχιούχων σπουδαστών. Οι ελέγξιμες μεταβλητές είναι πιο δύσκολες να προσδιοριστούν. Αποτελούνται πιθανώς από τις εκπαιδευτικές μεθόδους, το χρόνο που ξοδεύονται στη διάφορη εκπαιδευτική εμπειρία, τη δυσκολία και τη φύση των αξιολογήσεων και άλλων παιδαγωγικών παραμέτρων.

Αν και ο συχνότερος και σημαντικός έλεγχος είναι απαραίτητος για τη συνεχή βελτίωση, υπάρχουν αρκετοί λόγοι για τους οποίους αυτή η προσέγγιση δεν είναι ικανοποιητική σε ένα εκπαιδευτικό πλαίσιο. Με άλλα λόγια, είναι καλό να είναι γνωστό αν τα πρότυπα απόδοσης δεν ανταποκρίνονται, αλλά πρέπει να ξέρουν τι θα κάνουν.

Θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι οι σπουδαστές έχουν διαφορετική ζωή και διαφορετικά εκπαιδευτικά υπόβαθρα. Αυτό σημαίνει ότι ένα μεγάλο μέρος της μεταβλητότητας δεν οφείλεται στη διαδικασία αλλά στις εισαγωγές. Εναλλακτικά, εάν οι εισαγωγές θεωρούνται μέρος της διαδικασίας, η μεταβλητότητα μεταξύ των εισαγωγών μπορεί να μετρηθεί αλλά όχι να ελεγχθεί ρεαλιστικά.

Ένας στόχος των outcomes-based(παραγωγή βασισμένη στο αποτέλεσμα) προγραμμάτων είναι ότι όλοι οι πτυχιούχοι ικανοποιούν ή υπερβαίνουν τις ελάχιστες προσδοκίες σε ένα σύνολο δεξιοτήτων. Ακόμη και υποθέτοντας ότι είμαστε σε θέση να ελέγξουμε τη μέση απόδοση της ομάδας βαθμολογώντας τους σπουδαστές και ότι η απόδοση διανεμήθηκε κανονικά, θα έπρεπε να θέσουμε τη μέση απόδοση άνω των 2,3 σταθερών αποκλίσεων επάνω από την απαραίτητη απόδοση για να εξασφαλίσουμε ότι 99% των σπουδαστών ανταποκρίθηκε στα ελάχιστα πρότυπα(κανονική κατανομή). Αυτό είναι το αντίτιμο της απαίτησης να πάρει ο μέσος σπουδαστής «10» ώστε να εγγυηθεί ότι οι φτωχότεροι σπουδαστές παίρνουν τουλάχιστον ένα «5».

Μια εναλλασσόμενη προσέγγιση στη συνεχή βελτίωση είναι να μη δει ο σπουδαστής το πρόγραμμα ως διαδικασία. Κατά αυτήν την άποψη, η εμπειρία εκμάθησης είναι οι εισαγωγές, ενώ η γνώση και οι δεξιότητες είναι τα αποτελέσματα. Η αρχική γνώση, οι δεξιότητες, οι υποθέσεις και το υπόβαθρο του σπουδαστή είναι οι αρχικοί όροι του συστήματος και η επιθυμητή παραγωγή για το σπουδαστή χαρτογραφείται στο σύνολο εκβάσεων προγράμματος.

Ο στόχος ενός μηχανισμού ελέγχου κατά αυτή την άποψη είναι να εγγυηθεί, ότι μια διαδικασία με τους ποικίλους αρχικούς όρους θα έχει μια συνεπή παραγωγή. Αυτό προτείνει τον κλασικό έλεγχο ανατροφοδότησης. Η ανατροφοδότηση μειώνει την ευαισθησία των εκβάσεων στις παραλλαγές των παραμέτρων διαδικασίας.

Αυτό αντιπροσωπεύει ένα εκπαιδευτικό πρόγραμμα στο οποίο η κατάσταση του επιτεύγματος ενός σπουδαστή όσον αφορά τις εκβάσεις προγράμματος δεν χρησιμοποιείται για να ρυθμίσει την ακολουθία ή τη φύση της εκπαιδευτικής εμπειρίας του σπουδαστή. Τα παραδοσιακά προγράμματα στα οποία οι σπουδαστές παίρνουν μια σχεδόν εντελώς ορισμένη σειρά κατηγοριών, μπορούν να αντιμετωπισθούν uncharitably(χωρίς κριτήριο), όπως διαμορφώνοντας ένα open-loop σύστημα.

Στο σύστημα με την ανατροφοδότηση, η εισαγωγή στη διαδικασία ρυθμίζεται, όπως απαιτείται, ώστε να εξασφαλιστεί ότι η παραγωγή ταιριάζει με την επιθυμητή παραγωγή.

Οι αρχικοί όροι και η βοήθεια επιτυγχάνουν το στόχο όλων των σπουδαστών που ανταποκρίνονται ή που τον υπερβαίνουν. Αυτό μεταφράζεται στη μέτρηση της απόδοσης ενός σπουδαστή στις εκβάσεις, καθώς ο σπουδαστής προχωρεί μέσω ενός προγράμματος και χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα, για να ρυθμίσει την εμπειρία εκμάθησης για το σπουδαστή («κλείνοντας το βρόχο» γύρω από το σπουδαστή). Για να το κάνει αυτό αποτελεσματικά, θεωρητικά, πρέπει να μειώσει την ευαισθησία στις οποιεσδήποτε αλλαγές.

Το κλείσιμο του βρόχου γύρω από το σπουδαστή απαιτεί ένα κατάλληλο σύνολο «καλύτερων πρακτικών» στο εκπαιδευτικό πρόγραμμα. Δεν υπάρχει σωστή απάντηση, αλλά είναι αρμόζον να γίνουν μερικές προτάσεις, που στοιχειοθετούνται από την εμπειρία, με την έκβαση βασισμένη στην εκπαίδευση και στα πρότυπα απόδοσης για όλες τις εκβάσεις. Η ερώτηση που τίθεται έπειτα είναι «τι πρέπει να γίνει για να κλείσει αποτελεσματικά το βρόχο γύρω από το σπουδαστή;»

Είναι ουσιαστικό να αρθρωθούν οι εκβάσεις σαφώς και στους τρόπους που μπορούν εύκολα να γίνουν λειτουργικοί και εκτιμήσιμοι. Αυτό εμφανίζεται με ένα παράδειγμα.

Καταλάβετε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής. Αναλύστε και επεξηγήστε.

Δεν είναι σχεδόν τόσο χρήσιμος σε αυτούς, δεδομένου ότι δεν λείπει τι πρέπει να κάνουν.

Δηλώστε και επεξηγήστε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής (δηλ. η συντήρηση της μάζας και της ενέργειας) και των βασικών εννοιών του συμπεριλαμβανομένου: μετατροπή της ενέργειας μέσα σε ένα σύστημα μεταξύ της κινητικής ενέργειας, της πιθανής ενέργειας και της εσωτερικής ενέργειας και της μεταφοράς της ενέργειας από τα περίχωρα στο σύστημα από τη θερμότητα, την εργασία και τη ροή της μάζας.

Πόσες φορές οι σπουδαστές έχουν αισθανθεί, ότι ήταν σίγουροι ότι «κατάλαβαν;»

## 6.2. Αξιολόγηση των εκβάσεων

Το επόμενο σημαντικό συστατικό στο σύστημα ανατροφοδότησης πληροφοριών είναι ο προσδιορισμός και ο έλεγχος των μεταβλητών παραγωγής. Αυτό ανέρχεται σε αξιολόγηση της προόδου σπουδαστών προς τους στόχους εκμάθησης. Η παραδοσιακή αξιολόγηση τείνει να εστιάσει στο τεχνικό υλικό και μόνο έμμεσα εξετάζει τις δεξιότητες διαδικασίας.

Η ανάλυση συστημάτων ανατροφοδότησης πληροφοριών προτείνει ότι οι δεξιότητες διαδικασίας πρέπει να αξιολογηθούν άμεσα. Ευτυχώς, υπάρχει ένας αυξανόμενος όγκος της βιβλιογραφίας στις τεχνικές αξιολόγησης των τάξεων πολλές από τις οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να το ολοκληρώσουν.

Πρέπει να επισημανθεί ότι η μέτρηση της προόδου στη διαδικασία, βασισμένη στις εκβάσεις, δεν θα παραγάγει τη χρήσιμη ανατροφοδότηση, εκτός αν τα κριτήρια αξιολόγησης ταιριάζουν με τις επιθυμητές εκβάσεις και εκτός αν τα αποτελέσματα αναφέρονται στο σπουδαστή. Είναι εύκολο να αποτύχει σε καθεμία από αυτές τις αριθμήσεις. Προκειμένου να ευθυγραμμιστούν οι αξιολογήσεις με τις εκβάσεις, είναι πρώτα απαραίτητο να είναι γνωστές οι εκβάσεις λεπτομερώς, κάτι το οποίο επισημαίνει τη σημασία των σαφώς αρθρωμένων εκβάσεων για τον εκπαιδευτικό καθώς επίσης και το σπουδαστή. Προκειμένου να συντηρηθούν τα στοιχεία όσον αφορά τις μεμονωμένες εκβάσεις είναι απαραίτητο να αναφερθεί η απόδοση που χρησιμοποιεί τις πιο περίπλοκες στατιστικές από έναν ενιαίο συσσωρευτικό βαθμό. Αυτό σημαίνει ότι για να πραγματοποιηθεί, πρέπει να χρησιμοποιήσει τους οδηγούς αξιολόγησης, οι οποίοι εξηγούνται παρακάτω.

### 6.3. Ανατροφοδότηση στο σπουδαστή

Ένα άλλο συστατικό που απαιτείται για το κλείσιμο του συστήματος ανατροφοδότησης πληροφοριών είναι μια σύνδεση μεταξύ της πραγματικής παραγωγής και της επιθυμητής παραγωγής. Αυτό αντιμετωπίζεται με τη σημαντική και συχνή υποβολή έκθεσης των αποτελεσμάτων αξιολόγησης και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καταστήσει τους σπουδαστές πιο ενήμερους για το ποιες δεξιότητες πρέπει να αποκτήσουν.

Στα παραδοσιακά προγράμματα, οι σπουδαστές λαμβάνουν την ανατροφοδότηση με πολλές μορφές και σε πολλές τοποθετήσεις. Οι κοινές μορφές περιλαμβάνουν τις κριτικές, τα σχόλια και τους βαθμούς, ενώ οι κοινές τοποθετήσεις περιλαμβάνουν τις κατηγορίες, τις δοκιμές, τα εργαστήρια και ακόμη και τις εκτός διδακτέας ύλης δραστηριότητες. Η δυσκολία είναι ότι κοινές μορφές ανατροφοδότησης (βαθμοί), είναι αθροιστικές παρά διαμορφωτικής φύσης. Ακόμη και η διαμορφωτική ανατροφοδότηση (σχόλια), συχνά αναφέρει λίγα πράγματα για την πρόοδο προς τις εκβάσεις προγράμματος ή τους στόχους εκμάθησης σειράς μαθημάτων. Η αληθινή ανατροφοδότηση στο μοντέλο σπουδαστής-κεντροθετημένο πρότυπο είναι διαμορφωτική και εξετάζει τις μεταβλητές παραγωγής και το επίπεδο απόδοσης στις εκβάσεις.

Ένα πρωταρχικό παράδειγμα είναι η χρήση της *σημείωσης των οδηγών*. Ένας οδηγός αξιολόγησης χωρίζει την ανατροφοδότηση σε μια δεδομένη ανάθεση σε συστατικές δεξιότητες ή στόχους και εκθέτει αυτούς χωριστά. Παραδείγματος χάριν, υποθέστε ότι μια κατηγορία θερμοδυναμικής με τέσσερις στόχους δηλώνει εν συντομία πως:

1. Δηλώστε και επεξηγήστε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής
2. Δηλώστε και επεξηγήστε το δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής
3. Εφαρμόστε τους πρώτους δύο νόμους της θερμοδυναμικής
4. Λάβετε τις θερμοδυναμικές ιδιότητες από ποικίλες πηγές (πίνακες, διαγράμματα, εξισώσεις, λογισμικό)

Και είναι επίσης ικανός για να εξετάσει τους ακόλουθους στόχους



- (α). εφαρμόστε τη γνώση των μαθηματικών και επιστήμης
- (β). αναλύστε και ερμηνεύστε τα στοιχεία
- (γ). προσδιορίστε, διατυπώστε και λύστε τα προβλήματα εφαρμοσμένης μηχανικής
- (δ). επικοινωνήστε αποτελεσματικά.

Αντί της υποβολής εκθέσεων του αποτελέσματος μιας δοκιμής ή ενός προγράμματος σε αυτή την κατηγορία ως αριθμό, ένα αποτέλεσμα ορίζεται σε κάθε στόχο. Αυτό έχει ως εξής (σχήμα 3)

| Αντικειμενικός | 1 | 2 | 3 | 4 | α | β | γ | δ |
|----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Δοκιμή 1       | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 |

ΣΧΗΜΑ 3

Η κλίμακα χρησιμοποιούμενη είναι μια μη-μετρική κλίμακα 5 σημείων όπου 3 δείχνουν ότι ο σπουδαστής έχει καταδείξει το επιθυμητό επίπεδο απόδοσης. Τα αποτελέσματα 1 και 2 δείχνουν ότι πρόοδος πρέπει να σημειωθεί προς αυτό το επίπεδο και τα αποτελέσματα 4 και 5 δείχνουν την απόδοση που υπερβαίνει αυτό το επίπεδο.

Οι πληροφορίες στον οδηγό αξιολόγησης χρωματίζουν μια εικόνα ενός σπουδαστή ο οποίος στην πρώτη δοκιμή έδειξε ότι ο σπουδαστής δεν είχε καταλάβει τους στόχους των μαθημάτων (όπως αναμένεται) και που είχαν τις ελάχιστες δεξιότητες στην ανάλυση και την ερμηνεία των στοιχείων. Καθώς η κατηγορία προχώρησε, οι περισσότερες από τις δεξιότητες των σπουδαστών παρουσίασαν βελτίωση. Μέχρι το τέλος του δεύτερου προγράμματος, ο σπουδαστής είχε καταλάβει τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής, είχε φθάσει σε ένα κατάλληλο επίπεδο όσον αφορά το δεύτερο νόμο και είχε ακόμα το πρόβλημα ερμηνεύοντας τα στοιχεία.

|             |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Πρόγραμμα 1 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| Πρόγραμμα 2 | 4 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 |

Εκτός από την παροχή μέσων για να καταγραφούν οι εκβάσεις, οι αληθινοί οδηγοί αξιολόγησης διευκρινίζουν επίσης τα κριτήρια που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση. Ο συνυπολογισμός των κριτηρίων μπορεί να αντιμετωπισθεί ενισχύοντας έτσι την αξία της ανατροφοδότησης δεδομένου ότι αυξάνει την ισχύ των χρησιμοποιούμενων μέτρων.

Υπάρχουν πολλές άλλες τεχνικές αξιολόγησης που αναγνωρίζονται ευρέως ως αποτελεσματικές και είναι βασισμένες στην παροχή της ανατροφοδότησης στο σπουδαστή και την αύξηση self-awareness(της αυτογνωσίας) των σπουδαστών. Σε αυτές, οι σπουδαστές αξιολογούν ο ένας την εργασία του άλλου, σύμφωνα με τα κοινά κριτήρια και τις προσαρμοστικές δοκιμές αυτοαξιολόγησης, που επιτρέπουν έτσι στο σπουδαστή να εξετάσει το επίπεδο απόδοσής του σε ένα σύνολο δεξιοτήτων ή στόχων.

Στόχος είναι η ανάλυση του προβλήματος, η κατανόηση των παραμέτρων, ο εντοπισμός λαθών, ο επανακαθορισμός δύσκολων σημείων και η ανατροφοδότηση γνώσεων(πληροφοριών).

#### **6.4. Μέθοδοι ελέγχου**

Το τελευταίο τώρα σημείο που πρέπει να εξεταστεί είναι ο ελεγκτής. Στην παροχή της ανατροφοδότησης στο σπουδαστή, το στόχο της αυξανόμενης συνειδητοποίησης, υποτίθεται ότι ο σπουδαστής μπορεί και θα κάνει την καλή χρήση των πληροφοριών για να φθάσει στα επιθυμητά επίπεδα απόδοσης. Αυτή η υπόθεση δικαιολογείται και από την πίστη στη δυνατότητα των ανθρώπων να μάθουν και από την πεποίθηση ότι πρέπει σίγουρα να είναι ευκολότερο να προσπαθήσει προς έναν γνωστό και καθορισμένο με σαφήνεια στόχο, απ'ότι προς έναν άγνωστο και ασαφή.

Σε έναν ιδανικό κόσμο με τους απεριόριστους πόρους και τους τέλειους δασκάλους, η οδηγία θα μπορούσε να προσαρμοστεί για να

ικανοποιήσει τις μοναδικές ανάγκες εκμάθησης κάθε σπουδαστή. Δεδομένου ότι αυτό είναι το ιδανικό και δεν μπορεί να επιτευχθεί στην πράξη, είναι απαραίτητο να εξεταστούν τα ιδρύματα και οι επιλογές που υπάρχουν για τη ρύθμιση της εμπειρίας ενός σπουδαστή, για να οδηγήσουν τη διαδικασία της εκμάθησης σπουδαστών, προς το στόχο .

### **6.5. Εκπαιδευτικές τεχνικές**

Το πρώτο που πρέπει να κοιτάξει κάποιος, είναι εκείνες τις εκπαιδευτικές τεχνικές, που επιτρέπουν τις διαφορές μεταξύ των σπουδαστών και να δώσει περισσότερη προσοχή στις περιοχές στις οποίες οι σπουδαστές χρειάζονται την περισσότερη βοήθεια.

Αυτό είναι ένα πλεονέκτημα της εργασίας μιας ομάδας και της ομαδοσυνεργατικής εκμάθησης. Η λειτουργία των πολλαπλών ειδικοτήτων των ομάδων και η δυναμική μιας καλής λειτουργίας της ομάδας, το καθιστά ασφαλέστερο καταφύγιο για έναν σπουδαστή και μπορεί να δώσει και να λάβει τη βοήθεια από τους συμφοιτητές του.

Άλλες παραδοσιακότερες μέθοδοι περιλαμβάνουν την επιλογή των προγραμμάτων και των αναθέσεων που ταιριάζουν τη γνώση, τα ενδιαφέροντα και τις δυνατότητες ενός σπουδαστή. Σημειώστε ότι σε όλες τις περιπτώσεις η αποτελεσματική πρόοδος εξαρτάται από το να έχει προσδιορίσει τους στόχους και τους τρόπους εκμάθησης για να υπολογιστούν οι εισαγωγές και τα αποτελέσματα της διαδικασίας εκμάθησης.

### **6.6. Ακαδημαϊκή συμβουλή**

Μια άλλη βοήθεια βρίσκεται στην ακαδημαϊκή κοινότητα. Με την επιλογή των κατηγοριών και τον έλεγχο των προγραμμάτων, οι σύμβουλοι ενεργούν ήδη ως ελεγκτές διαδικασίας. Στα προγράμματα με τη μεγάλη εγγραφή και τα μεγάλα μεγέθη κατηγορίας, μπορούν στην πραγματικότητα, να είναι οι μόνοι. Με άλλα λόγια, η ακαδημαϊκή

συμβουλή μπορεί να είναι η μόνη διάβαση που είναι διαθέσιμη για το κλείσιμο του συστήματος ανατροφοδότησης πληροφοριών σπουδαστών. Αυτή ακριβώς πρέπει να αναπτύξουμε με διάφορα προγράμματα.

Οι σύμβουλοι πάσχουν από την ίδια εμπιστοσύνη στα κατώτερα στοιχεία με άλλα συστατικά των παραδοσιακών προγραμμάτων. Οι κύριες εισαγωγές τους είναι τυποποιημένα αποτελέσματα δοκιμής, συσσωρευτικοί βαθμοί σειράς μαθημάτων, η αυτοαξιολόγηση των σπουδαστών, και περιστασιακή ανατροφοδότηση από τους εκπαιδευτικούς. Αυτές οι πληροφορίες δεν απεικονίζουν επαρκώς την πρόοδο προς τους στόχους προγράμματος αλλά εντείνουν προς την αντίθετη κατάσταση.

Οι καλύτερες και πιο ουσιώδεις πληροφορίες για τις δεξιότητες ενός σπουδαστή θα παρείχαν μια πλουσιότερη βάση για την επέμβαση. Ένας ειδικός σύμβουλος μπορεί να πραγματοποιήσει μια αξιολόγηση της γνώσης και των δεξιοτήτων του σπουδαστή και οι εκπαιδευτικοί μπορούν να παρέχουν την ανατροφοδότηση στις δεξιότητες των σπουδαστών, καθώς επίσης και τους συσσωρευτικούς βαθμούς.

### **6.7. Διάρθρωση προγράμματος και σειράς μαθημάτων**

Μια φυσική μέθοδος τουλάχιστον για την κάλυψη όλων των απαιτήσεων προγράμματος είναι να προσδιοριστούν εκείνες οι απαιτήσεις του προγράμματος που εξετάζονται από κάθε σειρά μαθημάτων (όπως γίνεται στο παράδειγμα θερμοδυναμικής) και να περιοριστούν τα προγράμματα σπουδαστών για να περιλάβουν σειρές μαθημάτων που να είναι επαρκείς και να καλύψουν όλες τις απαιτήσεις.

Εάν η βαθμολόγηση βεβαιώνεται με την επίδειξη, τότε τα περισσότερα κριτήρια εμπίπτουν στην κατηγορία δεξιοτήτων διαδικασίας και βελτιώνονται με την επανάληψη. Ο καθαρισμός μπορεί να είναι απαραίτητος, για να καθιερώσει τις τεχνικές αξιολόγησης, εξωτερικά στις μεμονωμένες σειρές μαθημάτων. Αφετέρου, ο,τιδήποτε που προσθέτει περισσότερες δραστηριότητες αξιολόγησης στο φόρτο

εργασίας του κάθε σπουδαστή και του κάθε εκπαιδευτικού είναι πιθανό να απορριφθεί αμέσως. Για αυτό το λόγο είναι απαραίτητο να βρεθούν οι τρόποι να ενσωματωθεί η συνεχής έκβαση ,βασισμένη στην αξιολόγηση και του κανονικού εκπαιδευτικού προγράμματος. Μερικές προτάσεις γι'αυτό περιλαμβάνουν:

1)Αντί βαθμολόγησης των μεθόδων, για να περιλάβει την ταξινόμηση σε πίνακα των πραγματοποιημένων εκβάσεων προγράμματος και την απαίτηση από κάθε σπουδαστή να επιτυγχάνει όλες τις εκβάσεις του προγράμματος, για να βαθμολογήσει τη γνώση όλων των σειρών μαθημάτων.

2)Απαίτηση από τους σπουδαστές να περάσουν ένα σύνολο εξετάσεων, που εξετάζουν όλες τις εκβάσεις προγράμματος και δίνονται έξω από τις σειρές μαθημάτων σε ένα πρόγραμμα (παρόμοιο με το βρετανικό σύστημα).

3)Δημιουργία χαρτοφυλάκια σπουδαστών από την εργασία που γίνεται στις σειρές μαθημάτων, που καταδεικνύει έτσι τις εκβάσεις και την αξιολόγηση προγράμματος των χαρτοφυλακίων ως απαίτηση για τη βαθμολόγηση.(προσωπικός μαθησιακός φάκελος, αρχές του 60)

Ανεξάρτητα από τη μέθοδο που επιλέγεται, είναι σημαντικό ότι η αξιολόγηση αναφέρεται στους σπουδαστές, από την άποψη των εκβάσεων. Είναι επίσης σημαντικό ότι τα στοιχεία όσον αφορά τις αξιολογήσεις των επιπέδων προγράμματος χρησιμοποιούνται για τη συνεχή βελτίωση. Αυτό έρχεται ως πλήρης κύκλος και ως εργαλείο για το εάν η υπάρχουσα εμπειρία εκμάθησης πρέπει να προστεθεί, να διαγραφεί ή να τροποποιηθεί.

## **6.8. Ανάγκη για το προσεκτικό σχέδιο του συστήματος**

### **ανατροφοδότησης**

Η εισαγωγή της ανατροφοδότησης σε ένα σύστημα μπορεί να βελτιώσει την απόδοση, αλλά μπορεί επίσης να το βλάψει. Η προσοχή πρέπει να ληφθεί για να μην οδηγήσει τις εκβάσεις σε λανθασμένες

τιμές, και φυσικά για να μην καταστήσει τους μηχανισμούς ελέγχου ακατάλληλους στις γνωστικές και στις συναισθηματικές ανάγκες των σπουδαστών.

Η αξιολόγηση των έμμεσων μεταβλητών μπορεί να οδηγήσει στη λανθασμένη έκβαση. Κάποια έντυπα συμπληρώνονται από τους σπουδαστές και μπορούν να είναι και μεταβλητές καταστάσεις και συσχετίζονται συχνά μόνο έμμεσα με την εκμάθηση της επιτυχίας. Εάν τα μέλη της σχολής αισθάνονται πιεσμένα για να βελτιώσουν τη διδασκαλία τους που βασίζεται σε αυτές τις αξιολογήσεις, προτείνεται ένα σύστημα ανατροφοδότησης πληροφοριών που οργανώνεται με το επιθυμητό αποτέλεσμα, αρεστό όμως από τους σπουδαστές, με υψηλά αποτελέσματα αξιολόγησης. Πρέπει να θέλει να μάθει και μαθαίνει αυτό που θέλει με τον τρόπο που θέλει. Η αξιολόγηση των συναισθηματικών εκβάσεων μπορεί να είναι άγνωστη με τα καθαρώς τεχνικά υπόβαθρα. Υπάρχουν νόμιμοι τρόποι να διατυπωθούν και να αξιολογηθούν οι συναισθηματικές εκβάσεις και αυτοί πρέπει να μελετηθούν.

Τα συστήματα ανταμοιβής περιέχουν λίγα κίνητρα, και περιέχουν συχνά και αντικίνητρα, όπως την επένδυση του χρόνου. Στα προγράμματα με τους μεγάλους αριθμούς σπουδαστών, οι τεχνικές αξιολόγησης υπαγορεύονται συχνά από την ευκολία, που δεν είναι παιδαγωγική.

Δίνοντας έτσι το πρόγραμμα βοήθειες στους σπουδαστές, διευκρινίζει τους ρόλους των διαφόρων συστατικών ενός εκπαιδευτικού συστήματος και τις αλληλεπιδράσεις τους, αλλά συγχρόνως δίνει και έμφαση στην προσεκτική άρθρωση των εκβάσεων, των κατάλληλων τεχνικών αξιολόγησης, και της παροχής των σπουδαστών, των εκπαιδευτικών και των συμβούλων για πιο λεπτομερή ανατροφοδότηση. Μια λιγότερο ριζική προσέγγιση είναι να παραχθούν τα στατιστικά στοιχεία για την απόδοση σπουδαστών και να προσδιοριστεί, που υπάρχουν τα προβλήματα. Αυτή η προσέγγιση υπολείπεται στην παροχή των θεραπειών και τη βελτίωση της εκπαιδευτικής αποτελεσματικότητας.

Αν και υπάρχουν εμπόδια στην παραγωγή των σημαντικών αλλαγών στα προγράμματα, αυτές οι αλλαγές πρέπει εν τούτοις να εξεταστούν προς όφελος της διατήρησης μιας υψηλής ποιότητας της επαγγελματικής εκπαίδευσης για τους μελλοντικούς μηχανικούς και όχι μόνο.[8]

## 6.9. ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΣΤΗ Μ.Ε

Αν θέλουμε να επεκταθούμε λίγο περισσότερο στη Μ.Ε., θα δούμε δύο τουλάχιστον νέες τάσεις με τον τρόπο ανατροφοδότησης της γνώσης.

Στη μία έχουμε μια γαλλίδα εκπαιδευτικό και δημοσιογράφο, τη Natacha Polony, η οποία βάζει εναντίον όσων θέλουν τον καθηγητή και όχι τον μαθητή στο κέντρο του μαθήματος. Βάζει επίσης εναντίον όσων επιμένουν ότι ο δάσκαλος πρέπει να βρίσκεται απέναντι στο μαθητή σε μια μετωπική σχέση, αλλά στο πλάι του έτσι ώστε να κοιτούν και οι δύο προς την ίδια κατεύθυνση, μια διδασκαλία με το χέρι στον ώμο. Η Polony θέλει τον εκπαιδευτικό να ξεχειλίζει από κύρος όταν αποδεικνύει ένα θεώρημα στον πίνακα και όχι να μοιράζει κλασικές γνώσεις μέσα στην τάξη. «Αντί να τραβήξουμε όλους τους μαθητές προς τις γνώσεις που αυτό δίνει, φέρνουμε το σχολείο στον μικρότερο κοινό παρανομαστή», λέει.

Εντελώς αντίθετη προσέγγιση προτείνει ο Αμερικανός Mike Frensky συγγραφέας, σύμβουλος επιχειρήσεων. Ο Frensky έχει γίνει διάσημος κυρίως για την άποψή του ότι οι μαθητές μετά το 2001 επειδή μεγάλωσαν με internet, κινητά και MP3 ανήκουν στη φυλή των «Ψηφιακών Ιθαγενών» και οι καθηγητές τους ανήκουν στους «Ψηφιακούς Μετανάστες», αυτούς που μεγάλωσαν χωρίς να είναι βουτηγμένοι στην ψηφιακή τεχνολογία και τη γνώρισαν κατ'ανάγκη αργότερα. Θεωρεί ότι τα παιδιά έχουν ασχοληθεί τουλάχιστον διπλάσιο χρόνο με τις συσκευές απ'ότι με τα βιβλία τους και επεξεργάζονται τις πληροφορίες με διαφορετική ταχύτητα απ'ότι οι δάσκαλοι τους, προτιμούν τα γραφικά

από το να διαβάζουν κείμενο και ικανοποιούνται με στιγμιαίες και συχνές αμοιβές. Προτιμούν τα ηλεκτρονικά παιχνίδια γιατί τους εξασφαλίζουν εξέλιξη. Πώς; Ο κύκλος είναι πάντα δεδομένος και ασφαλής: μύηση στους κανόνες και τους χειρισμούς, προσήλωση και πρακτική εξάσκηση μέσα από τα οποία έρχεται σίγουρα η επιτυχία, άρα και η ανταμοιβή. Ξέρει ότι όσο πιο πολύ παίζει, τόσο καλύτερο γίνεται. Επιπλέον διδάσκοντες και διδασκόμενοι μιλούν τελείως διαφορετική γλώσσα.

Κάπου ενδιάμεσα φαίνεται να βρίσκεται ο κ. Δημήτρης Γαβαλής. Απαριθμώντας τα βασικά ελαττώματα μιας διδασκαλίας προσανατολισμένης μόνο στις τεχνητές λύσεις μαθηματικών ασκήσεων, μιλάει για την μηχανιστική σκέψη, την απουσία νοήματος, την έλλειψη κινήτρου και ενδιαφέροντος, την παθητική στάση, την εμμονή στο πώς και όχι στο γιατί, την απουσία ολιστικής προοπτικής της γνώσης και των γνωστικών αντικειμένων, την απουσία εννοιολογικής αλλαγής και για πολλά άλλα. Η κατανόηση των Μαθηματικών βλέπετε, απαιτεί χρόνο, συγκέντρωση, προσοχή και εμπειρία. Φυσικά υπάρχουν νέα Μαθηματικά που θα μπορούσαν να διδαχθούν οι μαθητές, αλλά ποιος έχει όρεξη για τέτοια πράγματα; Έτσι παραμένουμε στα Μαθηματικά του 17<sup>ου</sup> αιώνα. Και η απόπειρα που έγινε με την εισαγωγή της Διαθεματικότητας, δηλαδή να συνδεθούν συγγενικά ή εφαπτόμενα μαθήματα σε ένα πλαίσιο, απέτυχε γιατί ήταν κακός ο σχεδιασμός. Πάντως σε σχολεία άλλων χωρών η ενεργητική-ερευνητική μάθηση είναι κεντρικό θέμα σε αντίθεση με το δικό μας σύστημα όπου η παθητικότητα και η απομνημόνευση έχουν τον κύριο λόγο. Οι νεοέλληνες φαίνεται να μην ενδιαφέρονται για τη γνώση και την ευεργετική επίδραση ως προς τη βελτίωση του ανθρώπου, αλλά για τη γνώση μόνο ως μέσον κοινωνικής προόδου επιτυχίας και επαγγελματικής αποκατάστασης (μόνο η επιτυχία στις Πανελλήνιες είναι ο στόχος).[9]

Ο Robert Slavin, που ήρθε πρόσφατα στη χώρα μας, υποστηρίζει μέσω της συνεργατικής μάθησης, ότι πρέπει να δώσουμε λόγο στα παιδιά



και δίνει βαρύτητα στα αποτελέσματα των μεθόδων (Research proven results).

Γι' αυτό άλλωστε ενώ όλες οι χώρες της Ευρώπης ασχολούνται με την άνοδο του μορφωτικού επιπέδου των πολιτών της, κάτι τέτοιο εδώ δεν γίνεται (TIMSS και PISA, δύο αξιολογήσεις του εκπαιδευτικού συστήματος, που έξω είναι πολύ διαδεδομένες, εδώ είναι λέξεις άγνωστες, γι' αυτό άλλωστε και είμαστε και στις τελευταίες θέσεις της σχετικής κατάταξης).

## ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Σκοπός αυτών των σημειώσεων δεν είναι μόνο να γίνει μια πρώτη επαφή των μαθητών στη Θ.Ε., σε θεωρητικό επίπεδο, αλλά να προταθούν και τρόποι υλοποίησης του. Σίγουρα και αυτές οι πρώτες σημειώσεις, χρειάζονται μετά από λίγο διάστημα ανατροφοδότηση με καινούργιες έννοιες, εικόνες, εμπειρίες, πειράματα και στατιστικές μελέτες. Η εισαγωγή περισσότερων μαθηματικών θα δώσει μια ώθηση στο μάθημα (πίνακες, άλγεβρα κ.α για περισσότερες από μία ή δύο εισόδους). Χρειαζόμαστε τους πίνακες π.χ για να εξηγήσουμε καταστάσεις με δύο ή περισσότερους εισόδους και εξόδους.

Θα πρέπει να τονίσουμε την έλλειψη κάποιων στοιχειωδών γνώσεων των μαθητών των Λυκειακών τάξεων. Η άγνοια της Άλγεβρας, της έννοιας των Πινάκων (και Συστημάτων), η μη γνώση απλών έστω εντολών MATLAB, η έλλειψη γνώσης όπως εξισώσεις διαφορών, καθιστούν αναγκαία υποχρέωσή μου σ' αυτή την εργασία να προτείνω κάποιες προτάσεις, που θα μπορούσαν να βοηθήσουν αυτή την κατάσταση. Υπάρχει έλλειψη υλικοτεχνικής υποδομής (H/Y σύγχρονων), προγραμμάτων Matlab (δεν γνωρίζουν ούτε οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί), χώρων πειραμάτων, μικρών οχημάτων (έστω τηλεκατευθυνόμενων) για

την υλοποίηση αυτών των προγραμμάτων. Η υλοποίησή τους έγκειται σίγουρα στην προσπάθεια όλων μας, ξεκινώντας από την πολιτεία, τους πανεπιστημιακούς καθηγητές και καταλήγοντας σ'εμάς, τους καθηγητές Μ.Ε. που καλούμαστε να πραγματώσουμε αυτή την προσπάθεια. Θεωρώ ότι έχει χαθεί αρκετός χρόνος σε σχέση με τις υπόλοιπες προηγμένες χώρες, κι αν θέλουμε να μείνουμε σε τροχιά κοντά σ'αυτές, είναι επιτακτική η ανάγκη εισαγωγής αυτού του μαθήματος στη Μ.Ε. της Θ.Ε. Να μάθουμε στα παιδιά τη σημασία της σωστής (ακριβούς) μέτρησης πάνω στην καθημερινότητα της ζωής.

Ήδη στην Ευρώπη έχουν εμφυτεύσει μικροτσιπ στους εγκεφάλους ποντικών και επικοινωνούν με τεχνολογία blue tooth. Επίσης γίνονται πειράματα έτσι ώστε οι κινήσεις robot να γίνονται μέσω εμπειριών, όπως μαθαίνει ένα παιδί από 0 έως 1 έτους. Υπάρχουν αυτοκίνητα που παρκάρουν μόνα τους!!

Είναι απαραίτητο να εισαχθεί αυτό το μάθημα στη Β' και Γ' Γυμνασίου ως Διαθεματική ενότητα (κυρίως Μαθηματικών και Φυσικής), μέσω της κίνησης σε διακριτές κινήσεις πάνω στο επίπεδο, ακόμα χρησιμοποιώντας και κάποιες ώρες από την Ευέλικτη Ζώνη (ζητώντας από τα παιδιά να φέρουν εργασίες, να κάνουν μετρήσεις, να προτείνουν λύσεις κ.τ.λ. πάνω σ' αυτά που βλέπουν) ή σε συνεργασία με κάποια περιβαλλοντική έρευνα. Μια αρχική προσπάθεια μπορεί να γίνει, με την εισαγωγή σ' αυτό το μάθημα μέσω μιας διδασκαλίας 10 ωρών. Υπάρχει αρκετό ενδιαφέρον από τους μαθητές, σύμφωνα με τις προσωπικές μου εκτιμήσεις, είτε γιατί ήταν πράγματα που γνώριζαν και ήθελαν να μάθουν το «πώς» λειτουργούν, είτε γιατί άρχισαν κάποια παιδιά να βλέπουν τον εφιάλτη της Φυσικής αλλά και των Μαθηματικών με άλλη διάθεση.

Διαπίστωσα μια τάση για παιχνίδι, μέσω του μαθήματος, και μια συμμετοχή από παιδιά που δεν είχαν ξαναμιλήσει ποτέ, όταν εγώ τους έκανα μόνο Μαθηματικά. Αυτόματα έγιναν πιο ομιλητικά και προσπάθησαν με το δικό τους γλαφυρό τρόπο, να πάρουν μέρος σ'αυτή

τη διαδικασία. Έγινε κάποιο συμμάζεμα των μαθηματικών και τα παιδιά δώσανε βαρύτητα στην ακριβολογία και τη σημασία της μέσω των μετρήσεων. Αυτή η απομυθοποίηση των Μαθηματικών, τους έδωσε τη δυνατότητα να αναθεωρήσουν τη γνώμη τους για τα «απόμακρα» μαθηματικά, να γίνουν ενεργά άτομα την ώρα του μαθήματος και να δώσουν το δικό τους στίγμα έστω και σ' αυτό το μικρό διάστημα των τριών ωρών που κράτησε όλη αυτή η διαδικασία. Κι αυτό γιατί με αυτόν τον τρόπο έγιναν πιο κατανοητές οι φυσικές και οι μαθηματικές έννοιες.

Η συνεργασία που είχα με τα παιδιά μέσα στην τάξη, αλλά και έξω απ' αυτήν (με κάποια από αυτά), μου έδωσαν την εντύπωση ότι δεν τους είναι τουλάχιστον αδιάφορη η όλη διαδικασία. Αντίθετα, φάνηκε ότι το μάθημα ήταν περισσότερο από οποιοδήποτε άλλο μάθημα κοντά στις ανάγκες τους και στις απαιτήσεις τους. Κάποια συνδύασαν την ανατροφοδότηση με τη ρύπανση στην ατμόσφαιρα και την πιθανή αντιμετώπισή της μέσω της ανθρώπινης παρεμβολής. Αν πάσουμε δηλ. να ανατροφοδοτούμε τη μόλυνση, η φύση μπορεί μόνη της να γιατρέψει κάποια σφάλματα της ανθρώπινης αμέλειας.

2). Στο Λύκειο τα πράγματα είναι τελείως διαφορετικά. Υπάρχει σίγουρα περισσότερη γνώση (σ' αυτές τις ηλικίες κάθε χρονιά αυξάνει γεωμετρικά την κρίση και τη γνώση τους) αλλά το άγχος της εισαγωγής στην Ανώτερη Εκπαίδευση οδηγεί τα περισσότερα παιδιά στην απόρριψη της παραπάνω δουλειάς που χρειάζεται για αυτό το μάθημα. Θα πρέπει να γίνονται όλα στην τάξη με τη συμμετοχή τους.

Το ενδιαφέρον των μαθητών φυσικά είναι φανερό και η διάθεση να μάθουν περισσότερες πληροφορίες είναι έκδηλες. Όταν όμως προσπάθησα να προσθέσω περισσότερα Μαθηματικά στην όλη διαδικασία, είδα μια τάση φυγής από την πλειοψηφία των παιδιών. Γι' αυτό μετά τις πρώτες κινήσεις προσπάθησα να κάνω μόνο τα βασικά Μαθηματικά και άφησα στη διάθεση λίγων μαθητών πιο δύσκολα παραδείγματα, όπως αυτό της κούνιας (δες παράρτημα) ή την κίνηση ενός robot, μέσω τριγωνομετρικών συντεταγμένων.

Για να γίνει δεκτό αυτό το μάθημα, από μια σκεπτόμενη και αγχωμένη μαθητική κοινότητα, χρειάζεται να βασιστούμε πάνω στις εμπειρίες του κάθε μαθητή. Χρειάζεται στατιστική μελέτη όλων των παρατηρήσεων, επιμόρφωση καθηγητών, υλικοτεχνική υποδομή (με μικρό σχετικά κόστος σε σχέση με άλλα πολυδάπανα σχέδια) και σίγουρα ευαισθητοποίηση των αρμόδιων φορέων. Αυτό δυστυχώς δε γίνεται είτε γιατί πολλοί συνάδερφοι δεν κάνουν πρωτότυπες ερωτήσεις είτε γιατί τους κουράζουν είτε γιατί δεν ξέρουν τις απαντήσεις! Υπάρχει μια περιρρέουσα ατμόσφαιρα μεταξύ των εκπαιδευτικών, ότι δεν κάνουμε τα σωστά μαθηματικά, αυτά που χρειάζονται τα παιδιά για τη συνέχιση των σπουδών τους ή για τα καθημερινά τους προβλήματα. Και πολλές φορές στην κλασική ερώτηση «γιατί κάνουμε μαθηματικά», εκτός από τις τυπικές απαντήσεις που τις καταλαβαίνουν λίγοι, δεν μπορούμε να δώσουμε αξιόπιστες απαντήσεις.

Υπάρχει χρόνος για να καλύψουμε αυτή την απόσταση που ήδη έχει δημιουργηθεί σε σχέση με τις άλλες αναπτυσσόμενες χώρες. Η δραστηριοποίηση του πανεπιστημιακού κλάδου και η δημιουργία των πρώτων ατόμων (πυλώνων) μπορεί να γίνει σταδιακά αλλά πρέπει να αρχίσει άμεσα. Πρέπει να δημιουργηθεί και στην Ελλάδα ένα σύστημα αξιολόγησης και ανατροφοδότησης της σχολικής διαδικασίας.

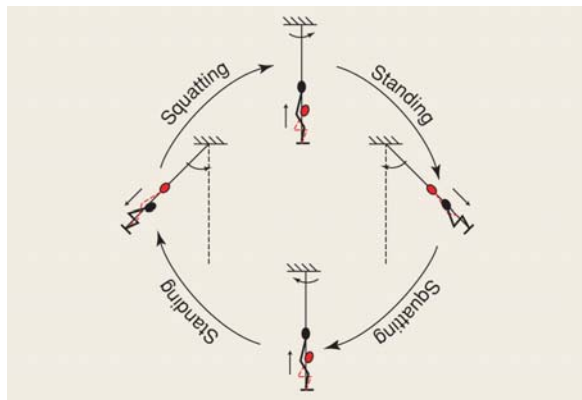
Πρέπει να γίνει ένας επαναπρογραμματισμός (μια ανατροφοδότηση) του υπάρχοντος εκπαιδευτικού συστήματος. Πρέπει να δώσουμε στα σημερινά παιδιά τη δυνατότητα να είναι πραγματικά ισότιμα μέλη σ'αυτή τη μεγάλη Ευρώπη των μεγάλων αλλαγών και της εξέλιξης. Αυτή η αέναη κίνηση της γνώσης, η τρομερή εξέλιξη δεν πρέπει να μας αφήνει αδιάφορους. Όπως και σ' αυτά που προαναφέραμε, θα πρέπει να κάνουμε έναν έλεγχο και μια ανατροφοδότηση σ' όλο το σύστημα κι αυτό να γίνεται μόνιμα για να έχει και τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Η συνεχής κίνηση και αλλαγή θέσης ενός προβλήματος, όπως αυτό γίνεται μέσω των γεωμετρικών προβλημάτων, πρέπει να μας διδάσκει για το πώς πρέπει να είναι η μελλοντική μας παιδεία.

Σε τελική ανάλυση, πρέπει να ξεκαθαρίσουμε επιτέλους του τι είδους πολίτες θέλουμε να είναι τα σημερινά παιδιά. Είναι χρέος όλων μας να σκύψουμε και να αφουγκραστούμε αυτές τις βουβές αλλά πολύ εύγλωττες φωνές αγωνίας που βγαίνουν από τα σημερινά ελληνόπουλα.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### 1. ΚΟΥΝΙΑ

Θα δούμε ένα παράδειγμα, πώς η ανθρώπινη κίνηση μπορεί να αντιμετωπισθεί ως πρόβλημα ελέγχου, επακόλουθο της ελαχιστοποίησης από μια συνάρτηση κόστους. Το ρόλο της ώθησης που δίνεται στην κούνια, εδώ παίζουν οι μύες των ποδιών και ζητούμε να ελαχιστοποιήσουμε την ενέργεια που απαιτείται για την καλύτερη δυνατή λύση.



Θεωρούμε το σύστημα αναβάτη-σχοινί ως ένα σώμα μάζας  $m$ , και το σχοινί μεταβλητού μήκους  $l(t)$  με  $l_-$  ελάχιστο μήκος εκκρεμούς (όρθια θέση standing) και  $l_+$  μέγιστο μήκος εκκρεμούς (καθιστή στάση squatting) με περιορισμούς

$$0 \leq l_- \leq l(t) \leq l_+$$

Και  $L = (l_- + l_+)/2$  το μέσο μήκος του εκκρεμούς.

Έστω  $H = ml^2 \dot{\theta}$  [όπου  $l^2 = l^2(t)$  μήκος εκκρεμούς εξαρτημένο από το χρόνο και  $\dot{\theta}$  η παράγωγος της γωνίας σε σχέση με το χρόνο  $t$   $\dot{\theta}(t)$ ] η στροφορμή (angular momentum) ως προς το σημείο στήριξης του σχοινοῦ. Θεωρούμε ως  $\tau$  τη συνολική ροπή στρέψης ως προς το σημείο στήριξης με

$$\tau = -mgl(t)\sin\theta(t) = -B_x l(t) \quad (1)$$

όπου  $B_x$  η κάθετη συνιστώσα του βάρους ως προς το σχοινί και το  $-$  δηλώνει την αντίθετη φορά ως προς την κίνηση και  $dH/dt = \tau$  δηλ. η ροπή

είναι ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής.

$$\text{Είναι } dH/dt = (ml^2(t)\dot{\theta}(t))' = m2l\dot{l}\dot{\theta} + ml^2\ddot{\theta} = \tau$$

Και λόγω της (1)  $2ml\dot{l}\dot{\theta} + ml^2\ddot{\theta} = -mglsin\theta$  διαιρώντας με  $lm^2$

έχουμε  $\ddot{\theta} + \frac{2\dot{l}\dot{\theta}}{l} + \frac{g \sin\theta(t)}{l} = 0$  (2) εξίσωση κίνησης της κούνιας.

Αν θεωρήσουμε τώρα μια νέα συνάρτηση  $V(t) = l(t)\theta(t)$ , σε σχέση με το χρόνο και  $\sin\theta \approx \theta$  (για μικρό  $\theta$ ) περίπου κάτω των  $3^\circ$  (η κίνηση θεωρείτε Γ.Α.Τ)

$$\theta = \frac{V}{l} \Leftrightarrow \dot{\theta} = \frac{\dot{V}l - V\dot{l}}{l^2} \quad (3) \text{ και}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(\dot{V}l + \dot{V}\dot{l} - \dot{V}\dot{l} - \dot{V}\dot{l})l^2 - 2l\dot{l}(\dot{V}l - V\dot{l})}{l^4} = \frac{\ddot{V}l^3 - V\ddot{l}l^2 - 2\dot{l}\dot{V}l^2 + 2\dot{l}^2\dot{V}}{l^4} \quad (4)$$

Η (2) λόγω των (3) και (4) γίνεται

$$\frac{\ddot{V}l^2 - V\ddot{l}l^2 - 2\dot{l}\dot{V}l + 2\dot{l}^2V}{l^3} + 2\frac{\dot{l}}{l}\frac{\dot{V}l - V\dot{l}}{l^2} + \frac{g \sin\theta}{l} = 0$$

$$\ddot{V}l^2 - V\ddot{l}l^2 - 2\dot{l}\dot{V}l + 2\dot{l}^2V + 2\dot{l}\dot{V}l - 2\dot{l}^2V + gl^2 \sin\theta = 0$$

$$\ddot{V} - \frac{V\ddot{l}}{l} + g \sin\theta = 0 \quad \sin\theta \approx \theta \quad \text{και} \quad \theta = \frac{V}{l}$$

$$\ddot{V} - \frac{V\ddot{l}}{l} + g\frac{V}{l} = 0 \quad \ddot{V} + \frac{1}{l}(g - \ddot{l})V = 0 \quad (2')$$

η καινούργια εξίσωση κίνησης. Θέτουμε  $\bar{t} = \omega t$  νέα μεταβλητή του χρόνου, με τόνο συμβολίζουμε την παράγωγο μιας συνάρτησης σε σχέση μ' αυτή τη μεταβλητή δηλ.  $d\phi/d\bar{t} = \phi'$ .

Δεχόμαστε το μήκος του εκκρεμούς συναρτήσει του χρόνου ως εξής:

$$l(t) = L(1 + \varepsilon \cos\omega t) \quad (5)$$

Όπου  $\varepsilon = \frac{l_+ - l_-}{l_+ + l_-}$  με  $0 < \varepsilon < 1$ , δηλ. το  $l$  κυμαίνεται «γύρω» από το μέσο

μήκος συνημιτονοειδώς του χρόνου.

$$\Theta\acute{\epsilon}\tau\omega\mu\epsilon \ \epsilon\acute{\pi}\iota\sigma\eta\varsigma \ \delta = g/(L\omega^2) \quad (6)$$

Και αντικαθιστώντας την (5) και την (6) στην (2') έχουμε:

$$V'' + [(\delta + \varepsilon \cos \bar{t}) / (1 + \varepsilon \cos \bar{t})] V = 0 \text{ (με εξίσωση Mathieu)}$$

$$V'' + [\delta + \varepsilon(1 - \delta) \cos \bar{t}] V = 0$$

Και έτσι αντί δύο συναρτήσεων  $l(t)$  και  $\theta(t)$ , έχουμε μόνο μία, την  $v(\bar{t})$  συνάρτηση που αναφέρεται στην εξίσωση κίνησης.

Για τις τιμές αυτές των  $\delta$  και  $\varepsilon$  η συχνότητα της μεταβολής του μήκους είναι διπλάσια από τη συχνότητα της ταλάντωσης του εκκρεμούς ( $\sqrt{\frac{g}{l}}$ ).

Δηλαδή η μάζα  $m$  (το παιδί που βρίσκεται στην κούνια) κάνει δύο πλήρεις ταλαντώσεις (μεταξύ standing και squatting) όταν η κούνια πραγματοποιεί μια πλήρη ταλάντωση.

#### Στιγμιαία παραλλαγή του μήκους

Δεχόμαστε ότι η  $l(t)$  συνεχής (σύμφωνα με τη θεωρία ελέγχου piecewise continuous) τμηματική συνέχεια. Υποθέτουμε ότι ο αναβάτης κάθετα οκλαδόν αρχικά και κινείται προς το μεσαίο σημείο που αντιστοιχεί  $\theta=0$ . Ας θεωρήσουμε  $t_0$  τον χρόνο, όπου ο αναβάτης κάθετα οκλαδόν και πλησιάζει το μεσαίο σημείο και  $t_0 + \Delta t$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_0$   $l(t_0) = l_+$  (το παιδί κάθετα squatting).

Τη χρονική στιγμή  $t_0 + \Delta t$   $l(t_0 + \Delta t) = l_-$  το παιδί στέκεται standing.

Έστω  $\varepsilon$  τέτοιο ώστε  $|\theta(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \in [t_0, t_0 + \Delta t]$

Ολοκληρώνουμε τη σχέση  $dH/dt = \tau$  στο  $[t_0, t_0 + \Delta t]$  άρα

$$\int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} dH = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \tau dt$$

$$-ml_+^2 \dot{\theta}_{sq} - (-ml_-^2 \dot{\theta}_{st}) = - \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} mgl(t) \sin \theta(t) dt$$

και για  $\varepsilon \rightarrow 0$   $|\sin \theta(t)| \approx \theta(t) = 0$  δηλαδή η παραπάνω σχέση δίνει

$$ml_-^2 \dot{\theta}_{st} - ml_+^2 \dot{\theta}_{sq} = 0 \text{ και επειδή } l_+ > l_- \text{ δηλ. } \frac{l_+}{l_-} > 1 \text{ αυτό σημαίνει ότι } \dot{\theta}_{st} >$$

$\dot{\theta}_{sq}$  δηλ. με τον τρόπο αυτό στην στάση standing η γωνιακή ταχύτητα



$\dot{\theta}$ st είναι μεγαλύτερη από την γωνιακή ταχύτητα  $\dot{\theta}$ sq.

Έτσι το παιδί καταφέρνει να αυξήσει το πλάτος της ταλάντωσης, εναλλάσσοντας την καθιστή στάση με την όρθια στάση. Για να μεταδώσει αυτή την αύξηση στη γωνιακή ταχύτητα επανειλημμένα, ο αναβάτης πρέπει να επιστρέψει, να καθίσει στην οκλαδόν θέση σε ένα άλλο σημείο κατά μήκος της κίνησης, χωρίς να επηρεάσει (όσο είναι δυνατόν) την ταχύτητα και τη γωνία.

Η αλλαγή από τη θέση standing στη θέση squatting γίνεται μεταξύ της χρονικής στιγμής  $t_1$ , λίγο πριν φθάσει στο υψηλότερο σημείο της ταλάντωσης και της χρονικής στιγμής  $t_1+\Delta t$  όπου απομακρύνεται από το υψηλότερο σημείο οδεύοντας προς τη θέση.

Αυτό γίνεται γύρω από τη θέση  $\theta_{\max}$  όπου  $\dot{\theta} \approx 0$ .

Έτσι περνώντας από την όρθια στην καθιστή στάση, το παιδί αυξάνει το πλάτος της ταλάντωσης. Κάθε επόμενο  $\theta_{\max}$  είναι μεγαλύτερο από το προηγούμενο  $\theta_{\max}$

Θεωρώντας  $\varepsilon > 0$  και  $|\dot{\theta}(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \in [t_1, t_1 + \Delta t_1]$ . Η διαφορά πριν καθίσει δεν διαφέρει περισσότερο από  $2\varepsilon$ , η γωνιακή ταχύτητα παραμένει αμετάβλητη από αυτή τη μετάβαση στο όριο όταν η μετάβαση πραγματοποιείται στιγμιαία στο ψηλότερο σημείο της κίνησης,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Ολοκληρώνουμε τώρα την  $\frac{d(l^2\dot{\theta})}{dt} = -gl \sin \theta$  από  $t$  έως  $t_1$  και έχουμε:

$$l^2(t)\dot{\theta}(t) - l^2\dot{\theta}(t_1) = -\int_{t_1}^t gl(t) \sin \theta(t) dt \quad \text{και} \quad \text{δαιρώντας με } l^2(t) \quad \text{και}$$

ολοκληρώνοντας από  $t_1$  έως  $t_1 + \Delta t$

$$\theta(t_1 + \Delta t) - \theta(t_1) - \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} \left(\frac{l_-}{l(t)}\right)^2 \dot{\theta}(t) dt = \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} \frac{-1}{l^2(t)} \int_{t_1}^t gl(j) \sin \theta(j) dj dt$$

όπου  $\varepsilon \rightarrow 0$  όταν  $\Delta t \rightarrow 0$  άρα και τα ολοκληρώματα είναι μηδέν. Η γωνία έτσι είναι αμετάβλητη κατά τη διάρκεια της μετάβασης  $\theta(t_1 + \Delta t) = \theta(t_1)$ . Για να μειώνει το εύρος της ταλάντωσης, πρέπει να κάνει την αντίθετη κίνηση.

Ενεργειακές εκτιμήσεις

Με αυτή την κίνηση (την εναλλαγή των θέσεων) του αναβάτη στην κούνια, έχουμε αύξηση της μηχανικής ενέργειας. Γνωρίζουμε όμως

$$E_{μηχ} = E_{κιν} + E_{δυν}$$

$$E_{μηχ} = E_{κιν,max} = E_{δυν,max}$$

Και  $E_{κιν,max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$  όπου  $v_{max}$  η μέγιστη ταχύτητα όταν αυτό

περνάει από τη θέση ισορροπίας ( $\theta=0$ ) και η ταχύτητα συνδέεται με τη γωνιακή ταχύτητα με τη σχέση  $v=l\dot{\theta}$

$$\text{Ενώ } E_{δυν,max} = mgh \text{ όπου } h = l_+ - \alpha$$

$$\alpha = l_+ \cos\theta_{max}$$

$$\text{Και } h = l_+ - \alpha = l_+ - l_+ \cos\theta_{max} = l_+ (1 - \cos\theta_{max}) \text{ και άρα}$$

$$E_{δυν,max} = mgl_+ (1 - \cos\theta_{max})$$

$$\text{Δηλ. } \frac{1}{2}mv_{max}^2 = mgl_+ (1 - \cos\theta_{max}).$$

Καθώς το παιδί πλησιάζει στο σημείο ισορροπίας στη θέση squatting, αλλάζει στη θέση standing. Υποθέτουμε ότι αυτό γίνεται στιγμιαία και ακριβώς στη θέση ισορροπίας  $\theta=0$ .

Τη στιγμή εκείνη ενεργούν στο παιδί η βαρυτική δύναμη  $mg$  και η μέγιστη φυγοκεντρική δύναμη  $mv_{max}^2/l_+$

Αυτές οι δυνάμεις αντισταθμίζονται από την τάση  $\Gamma$  του σχοινιού της κούνιας.

Για τη στιγμιαία ανόρθωση (από τη θέση squatting όπου  $l=l_+$ , στη θέση standing όπου  $l=l$ ) απαιτείται η παραγωγή έργου από το παιδί (μέσω των μυών του παιδιού).

$$W = F\Delta l = F(l_+ - l) \quad F \text{ δύναμη ποδιών και } F = mg + mv_{max}^2/l_+$$

Έτσι  $W = F\Delta l = [mg + (mv_{max}^2)/l_+] \Delta l$  και αν όπου  $mv_{max}^2 = 2E$  η παραπάνω σχέση δίνει  $W = E + 2E\Delta l/l_+ = E(1 + 2\Delta l/l_+)$

Η νέα αυξημένη ενέργεια του συστήματος στο σημείο ισορροπίας θα είναι:  $E = F + W = mg\Delta l + E(1 + 2\Delta l/l_+)$ .

Καθώς το παιδί φθάνει στη θέση μεγίστου ύψους η φυγόκεντρη δύναμη μηδενίζεται ( $v=0$ ) και η δύναμη της βαρύτητας κατά τον άξονα της κούνιας είναι  $mg\cos\theta'_{\max}$  όπου  $\theta'_{\max}$  η επόμενη μέγιστη γωνία. Στο σημείο αυτό από τη θέση standing αλλάζει στη θέση squatting και αυτό υποθέτουμε ότι γίνεται στιγμιαία μόνο που τώρα το παιδί καταναλώνει έργο  $W$  (το οποίο αφαιρείται από την ενέργεια του συστήματος).

$$W' = -mg\cos\theta'_{\max} \Delta l$$

Τώρα η νέα ενέργεια του συστήματος είναι  $E' = E' + W'$  με παράλειψη του  $2^{00}$  μεγαλύτερου βαθμού όρων που παράγονται  $\Delta l/l_+$  προκύπτει ότι:  $E' \approx E(1+3\Delta l/l_+)$

Σε κάθε πλήρη ταλάντωση η εναλλαγή stand-squatt και squatting συμβαίνει δύο φορές οπότε μετά από 4 πλήρεις ταλαντώσεις, η ενέργεια του συστήματος γίνεται  $E_n = E(1+3\Delta l/l_+)^{2n}$ .

Βέλτιστος Έλεγχος: Γραμμική περίπτωση.

Θέτουμε  $z_1 = \theta$  και  $z_2 = \dot{\theta}$

Άρα  $\dot{z}_1 = z_2$

$$\dot{z}_2 = \ddot{\theta} = -2\dot{l}z_2/l - g\sin z_1/l$$

από τη σχέση  $\dot{\theta}_{st} = (\frac{l_+}{l_-})^2 \dot{\theta}_{sq}$  φαίνεται ότι μια

ασυνεχής εισαγωγή ελέγχου προκαλεί μια ασυνέχεια μέσα στη γωνιακή ταχύτητα. Για να απλοποιήσουμε το πρόβλημα, θέτουμε  $x_2 = z_2 l^2$  και  $x_1 = z_1$

άρα  $\dot{x}_1 = \dot{z}_1 = z_2 = \frac{x_2}{l^2}$  (7).

$$\dot{x}_2 = \dot{z}_2 l^2 + 2z_2 l \dot{l} = -2l \dot{l} z_2 - gl \sin z_1 + 2l \dot{l} z_2 = -gl \sin x_1$$

θέτουμε  $l(t) = L(1 + \epsilon u(t))$  στην (7) όπου  $\epsilon = (l_+ - l_-)/(l_+ + l_-) < 1$  και

$|u(t)| \leq 1$  και έχουμε

$$\dot{x}_1 = x_2^2/L^2 - 2\epsilon u x_2/L^2$$

$$\dot{x}_2 = -gL \sin x_1 - gL \epsilon u \sin x_1$$

στη θέση squatting με  $l_+$  έχουμε  $u = +1$  και στη θέση standing με  $l_-$  έχουμε  $u = -1$ .

Χωρίς πρόβλημα γενικότητας με  $L=1$  και  $g=1$  έχουμε:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 0 & 2\varepsilon \\ \varepsilon & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

το διγραμμικό σύστημα  $\dot{x}=Ax+uBx$

φαίνεται ότι δεν είναι δυνατόν να οδηγηθεί το παραπάνω σύστημα από κάθε αρχική κατάσταση σε κάθε ορισμένη τελική κατάσταση στον πεπερασμένο χρόνο. Δηλ. το σύστημα δεν μπορεί να είναι ανεξάρτητο από την προέλευση, αφού είναι ένα σταθερό σημείο του συστήματος. Η φυσική επίπτωση είναι μια ώθηση για να αρχίσει. Εντούτοις, μια ώθηση δεν είναι αποδεκτή στο πρόβλημα μας. Γι'αυτό θεωρούμε μη μηδενική γωνία και γωνιακή ταχύτητα με  $|u(t)| \leq 1$

Η ελάχιστη αρχή του Pontryagin

Έστω  $x^*(t)$  η ζητούμενη τροχιά

$$u^*(t)$$

$p$  η ακτίνα του κύκλου των στόχων

$$x^*(0) = [\bar{x}_1, 0]^T \text{ αρχικές συνθήκες}$$

$x^*(\tau^*) \in S$  όπου  $S = \{x: \|x\| = p\}$  και  $\tau^*$  ο βέλτιστος χρόνος.

Η Hamiltonian

$$H(x(t), p(t), u(t)) = 1 + p^T(t)[Ax(t) + u(t)Bx(t)]$$

$$\dot{x}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial p}(x^*(t), p^*(t), u^*(t)) \quad (8)$$

$$\dot{p}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*(t), p^*(t), u^*(t)) \quad (9)$$

Η χαμιλτονιακή ελαχιστοποιείται από το βέλτιστο έλεγχο με εισαγωγή  $u^*(t)$  για  $t \in [0, T^*]$ .

$$H(x^*(t), p^*(t), u^*(t)) = \min H(x^*(t), p^*(t), u^*(t)) \quad (10)$$

$$|u(t)| \leq 1$$

Η χαμιλτονιακή για τη βέλτιστη εισαγωγή ελέγχου είναι μηδέν για όλα τα  $t \in [0, T^*]$ .

$$H(x^*(t), p^*(t), u^*(t)) = 0$$

$$p^*(\tau^*)[x - x^*(\tau^*)] = 0 \text{ κάθετα } p^*(\tau^*) \text{ και } x - x^*(\tau^*).$$

χρησιμοποιώντας την (10) ο βέλτιστος έλεγχος γίνεται

$$u^*(t) = \text{sgn}[2 p_1^*(t)x_2^*(t) + p_2^*(t)x_1^*(t)]$$

Το  $u$  είναι τμηματικά σταθερό και υποθέτει τιμές  $+1$  και  $-1$ .

Από την (8) έχουμε

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1-2\epsilon u^* \\ -(1+\epsilon u^*) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{pmatrix}$$

και με αρχικές τιμές  $x^*(0) = [\bar{x}_1, 0]^T$  όπου  $u^*$  παίρνει τμηματικά σταθερές τιμές  $+1, -1$  η παραπάνω ξαναγράφεται

$$\ddot{x}_1(t) + w^2 x_1^*(t) = 0$$

όπου  $w = \sqrt{1 - \epsilon u^* - 2\epsilon^2 (u^*)^2}$

παίρνουμε:

$$\begin{aligned} x_1^*(t) &= \bar{x}_1 \cos wt \\ x_2^*(t) &= -\frac{w\bar{x}_1}{1-2\epsilon u^*} \sin wt \end{aligned} \quad (11)$$

Ας ασχοληθούμε με το  $\rho(t)$

Από την (9) έχουμε:

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_1^* \\ \dot{p}_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1+\epsilon u^* \\ -(1-2\epsilon u^*) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1^* \\ p_2^* \end{pmatrix}$$

Και από την (10):

$$1 + x_2^*(t)p_1^*(t)(1-2\epsilon u^*) - x_1^*(t)p_2^*(t)(1+\epsilon u^*) = 0$$

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει

$$\begin{aligned} p_1^*(t) &= (1/\bar{x}_1 w) \cos(wt + \varphi) \\ p_2^*(t) &= [-1/(\bar{x}_1(1+\epsilon u^*))] \sin(wt + \varphi) \end{aligned} \quad (12)$$

όπου  $\varphi$  είναι μια παράμετρος που επιλέγεται βασισμένη στις αρχικές και τελικές συνθήκες του προβλήματος του βέλτιστου ελέγχου.

Από τα προηγούμενα έχουμε  $\rho^*(\tau^*) //$  του  $x^*(\tau^*)$  και

$\rho^*(\tau^*)$  κάθετο του  $x-x^*(\tau)$  έχουμε  $\rho^*(\tau^*) = \lambda x^*(\tau^*)$

και έτσι  $\rho_1^*(\tau^*)/x_1^*(\tau^*) = \rho_2^*(\tau^*)/x_2^*(\tau^*) = \lambda$  (13)

$x_1^*(\tau^*)$  και  $x_2^*(\tau^*)$  διαφορές του μηδενός.

Από τις (11), (12) και (13) και  $\epsilon < 1$  έχουμε  $\sin\varphi = 0$ . Μπορεί να

αποδειχθεί ότι  $\sin\varphi=0$  όταν  $x_1^*(\tau^*)$  ή  $x_2^*(\tau^*)$  είναι μηδέν. Επομένως, ή  $\varphi=2n\pi$  ή  $\varphi=(2n+1)\pi$   $u \in \mathbb{N}^*$ . Όταν θέλουμε αύξηση του εύρους κίνησης που έχουμε  $\varphi=(2n+1)\pi$  στην (12) και χρησιμοποιώντας τις (11) και  $u^*(t)=\text{sgn}[2p_1^*(t)x_2^*(t) + p_2^*(t)x_1^*(t)]$

$$\begin{aligned} \text{έχουμε: } u^*(t) &= \text{sgn}[2p_1(t)x_2(t) + p_2(t)x_1(t)] = \\ &= \text{sgn}[(2/(1-2\epsilon u^*))\sin\omega t \cos\omega t + (1/(1+\epsilon u^*))\sin\omega t \cos\omega t] = \\ &= -\text{sgn}[x_1^*(t) x_2^*(t)] \quad (14). \end{aligned}$$

Όταν θέλουμε να μειώσουμε το εύρος της ταλάντωσης, έχουμε  $\varphi=2\pi n$  και χρησιμοποιώντας την (12)

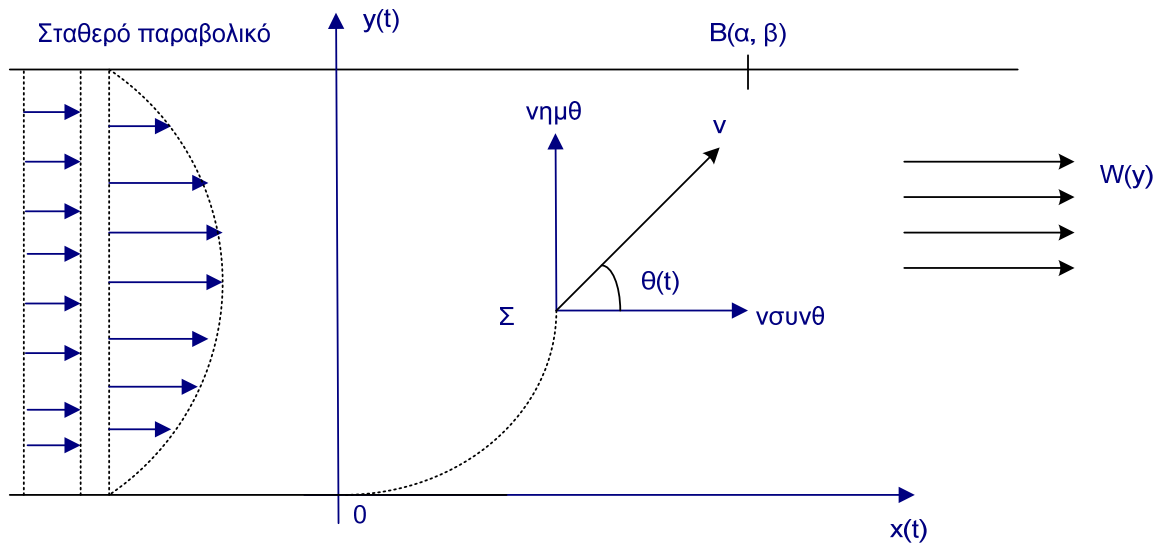
$$u^*(t) = \text{sgn}[x_1^*(t) x_2^*(t)] \quad (15)$$

OXI για ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ.

$$\text{Sgn}\{(t)\} = \begin{array}{lll} +1 & t > 0 & \text{bang-bang control} \\ -1 & t < 0 & \\ \text{Οποιοδ.} & t = 0 & \end{array}$$

$$H = 1 + p_1 \dot{x}_1 + p_2 \dot{x}_2$$

## 2. ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΖΕΡΜΕΛΟ



Μια βάρκα ξεκινά από μια θέση  $A(0,0)$  στην όχθη ενός ποταμού πλάτους  $\beta$  και θέλει να φτάσει στην αντίπερα όχθη στην θέση  $B(a,\beta)$ . Η βάρκα κινείται πάντα με σταθερή ταχύτητα  $V$ , ενώ ο ποταμός έχει ρεύμα ταχύτητας  $W(y)$ . Τυπικά παραδείγματα κατανομής του ρεύματος είναι τα

$$W(y)=W \text{ σταθερό}$$

$$W(y)=y(\beta-y) \text{ παραβολικό}$$

Ψάχνουμε το βέλτιστο  $\theta^*(t)$  ώστε η βάρκα να φτάσει στον ελάχιστο χρόνο

$$\dot{x}(t) = v \cos \theta(t) + W(y(t))$$

$$\dot{y}(t) = V \sin \theta(t)$$

με  $x(0)=0, x(t_f)=\beta, y(0)=0, y(t_f)=a$  αρχικές συνθήκες

με γραμμικό κριτήριο σχεδίασης (ελάχ. χρόνου)

$$\min J[\theta(t)] = \int_0^{t_f} dt = t_f$$

$$\theta(t)$$

$$\dot{p}_1^*(t) = -\partial H / \partial x = 0 \rightarrow p_1^*(t) = c_1 \quad (i)$$

$$p_2^*(t) = -\partial H / \partial y = -p_1^*(t) w'(y) \rightarrow p_2^*(t) = -c_1 w'(y) \quad (ii)$$

$$H[x(t), \theta(t), p(t), t] = g[x(t), \theta(t), t] + p^T(t)[u(x(t)), \theta(t), t] = 1 + p_1(t)[v \sin \theta(t) + w(y)] + p_2(t) v \eta \mu \theta(t) \quad \text{η Χαμιλτονιακή} \quad \text{(iii)}$$

Εξίσωση ελαχίστου:

$$\partial H / \partial \theta = 0 \rightarrow -p_1^*(t) \eta \mu \theta(t) + p_2^*(t) v \sigma \upsilon \nu \theta(t) = 0$$

$$\epsilon \varphi \theta^*(t) = \frac{p_2^*(t)}{p_1^*(t)} \Rightarrow \theta^*(t) = \tau \omicron \xi \epsilon \varphi \frac{p_2^*(t)}{p_1^*(t)} \quad H(t)$$

Από τις (i), (ii) & (iii) όχι εύκολα

$$dH/dt = 0 \rightarrow H(t) = c$$

Με  $H(t_f) = 0 \neq 1$   $H(t) = 0 \quad \forall t$  καταλήγουμε ότι

$$H(t) = 0 \rightarrow p_2^*(t) = -(c [v \sin \theta(t) + w(y)] + 1) / v \eta \mu \theta(t) \text{ και}$$

$\epsilon \varphi \theta^*(t) = p_2^*(t) / p_1^*(t) = -(c [v \sin \theta^*(t) + w(y^*(t))] + 1) / v \eta \mu \theta^*(t)$  μετά από πράξεις

$$\theta^*(t) = \tau \omicron \xi \cdot \sigma \upsilon \nu \{ -v / (w[y^*(t)] + c_1) \}$$

Γνωστοί τύποι:

$$\sigma \upsilon \nu^2 w = 1 / (1 + \epsilon \varphi^2 w)$$

Για σταθερή ροή  $W(y) = w$  θα έχουμε

$$\theta^* = \sigma \upsilon \nu^{-1} \left( \frac{w \beta}{v \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right) + \epsilon \varphi^{-1} \left( \frac{\alpha}{-\beta} \right) \quad [12]$$

### 3. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Η παρουσίαση των συστημάτων γίνεται μέσω των ρητών συναρτήσεων. Ρητές ονομάζονται οι συναρτήσεις (κλασματικές) που ο αριθμητής τους και ο παρανομαστής τους είναι πολυώνυμα (proper rational function).

$$R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

όπου  $P(x)$  και  $Q(x)$  πολυώνυμα.



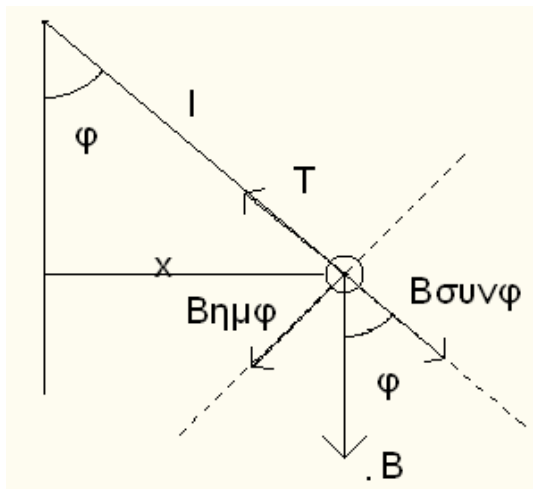
Η χρήση της παραγοντοποίησης, της διαίρεσης πολυωνύμου του σχήματος Horner και όλων των πράξεων μεταξύ πολυωνύμων, είναι απαραίτητη για τη χρήση των ρητών συναρτήσεων.

Η ανάδραση είναι υλοποιήσιμη στην πράξη, αν το σύστημα κλειστού βρόγχου αντιστοιχεί σ' ένα σύστημα καλά διατυπωμένο (αν όλες οι συναρτήσεις που εκφράζουν το σύστημα μεταφοράς) υπολογιζόμενες σε κάθε σημείο του βρόγχου ανάδρασης είναι καλά ορισμένες, καθαρά ρητές συναρτήσεις.

### Γνώσεις

#### Απλό Μαθηματικό Εκκρεμές

Για να αποδείξουμε ότι η ταλάντωση είναι Γ.Α.Τ.(γραμμική αρμονική ταλάντωση)



Όπου B βάρος, F δύναμη, l μήκος νήματος, m μάζα, T τριβή

$$l \sin \phi = \frac{x}{l} \rightarrow F_{ολ} = m g \frac{x}{l}$$

Γ.Α.Τ.

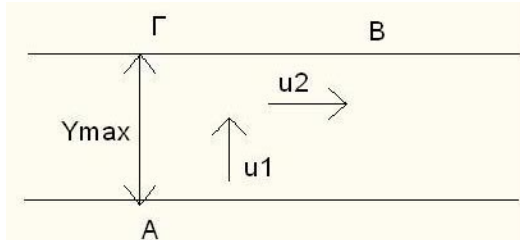
$$D = \frac{m g}{l}$$

D σταθ. Επαναφοράς, T περίοδος, g

επιτάχυνση της βαρύτητας

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Γ.Α.Τ. ευθεία τροχιά -απομάκρυνση ημιτονοειδής



Ανεξαρτησία των κινήσεων (επαλληλία)

$$U = u_1 + u_2 \quad x = x_1 + x_2$$

$T = \frac{Y_{\max}}{u_1} \rightarrow$  προκαθορισμένος από την αρχή ο χρόνος. Αν όμως Β σημείο μεταβλητό  $\rightarrow$  επειδή  $U_2$  σταθ. Άρα χρειαζόμαστε διαφορετικό  $U_1$  για να πάμε στο Β.

Οριζόντια βολή

$O_x \quad U_x = U_0 \quad x = U_0 t$  οριζόντιος άξονας

$O_y \quad U_y = gt$  κάθετος άξονας

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

Κυκλική:

$f = \frac{1}{T}$  συχνότητα  $U = \frac{2\pi R}{T} \gamma\rho.$  γραμμική ταχύτητα

$\frac{2\pi}{T} = \omega = \frac{\theta}{T} \gamma\omega\omega.$   $\omega$  γωνιακή ταχύτητα

$$U = \omega R$$

$a_x = \frac{u^2}{r^2} \quad F = \frac{mu^2}{R}$   $a$  κεντρομόλος επιτάχυνση,  $F$  κεντρομόλος

δύναμη

Απλή αρμ.ταλάντωση

$$\omega = \frac{df}{dt}$$

$$X = A \eta \mu \omega t$$

$U = U_{\max} \sigma \nu \nu . \omega t$  όπου  $X$  μετατόπιση,  $U$  ταχύτητα,  $A$  πλάτος ταλάντωσης,  $a$  επιτάχυνση

$$a = -a_{\max} \eta \mu \omega t \quad U_{\max} = \omega A \quad a_{\max} = \omega^2 A$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$F = -m\omega^2 \chi$$

Φθίνουσα ή αποσβενούμενη ταλάντωση

$$A = e^{-\Lambda t} A_0$$

$\Lambda$  εξαρτάται από σταθ. απόσβεση και τη μάζα του ταλαντευομένου.

Αν δεν υπήρχαν αντιστάσεις

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (ιδιοσυχνότητα)}$$

Όπου  $f$  του διεγέρτη για μικρή μεταβολή στο πλάτος αν όμως  $f \rightarrow f_0$   
 $\rightarrow$  μεγ. πλάτος συντονισμού εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.

#### 4. Σχέση μεταξύ ιδιοτιμών και επιδόσεων στη μεταβατική κατάσταση (για Γ' Λυκείου)

Ένα ζεύγος ιδιοτιμών  $(\alpha - j\beta)$  αντιστοιχεί στις ρίζες ενός χαρακτηριστικού πολυωνύμου δεύτερου βαθμού

$$p(s) - (s - \alpha - j\beta)(s - \alpha + j\beta) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \text{ όπου}$$

$\omega_n = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ : είναι η κυκλική ιδιοσυχνότητα και παριστά την απόσταση μεταξύ της ιδιοτιμής και της αρχής των αξόνων

$\zeta = -\alpha/\omega_n$ : είναι ο συντελεστής απόσβεσης και παριστά τη γωνία ως προς τον άξονα των φανταστικών αριθμών ( $\zeta = \sin(\varphi)$ ).

Είναι προφανές ότι το πραγματικό και το φανταστικό μέρος των ιδιοτιμών είναι αντίστοιχα:

--  $\alpha = -\zeta\omega$  και

--  $\beta = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$

Στην περίπτωση ενός συστήματος 2<sup>ης</sup> τάξης με μια είσοδο και μια έξοδο, με περιγραφή εισόδου-εξόδου.

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad G(s) = \omega_n^2 / s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Η χρονική απόκριση σε μια μοναδιαία βηματική είσοδο γράφεται

$$v(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cos(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t - 0) \quad \text{για } 0 < \zeta < 1, \quad t > 0$$

--  $v(t) = 0$  για  $t < 0$

Όπου

$$J = \text{Arctg}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

Οι παρακάτω σχέσεις χρησιμοποιούνται συχνά για να προσδιορίσουν τις θέσεις των ιδιοτιμών του συστήματος που συνεπάγονται επιθυμητές προδιαγραφές επιδόσεων. Έτσι έχουμε:

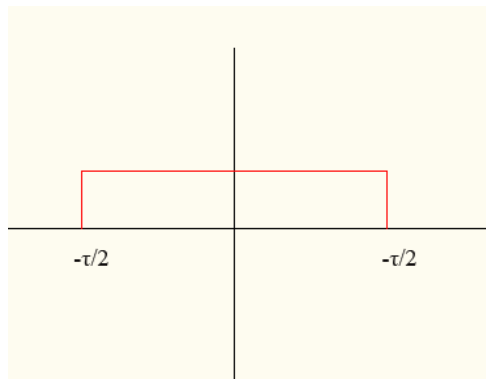
$$D = \max(y(t) - 1) = e^{-\zeta\omega_n t_m}, \quad t_m = 0,8 + 2,5\zeta/\omega_n$$

$$t_i = -\text{Ln}(0,05) \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta\omega_n} \sim \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

Άρα, η δυναμική ενός γραμμικού συστήματος εξαρτάται από τις θέσεις των πόλων του επάνω στο μιγαδικό επίπεδο. Γενικά, η τοποθέτησή τους σε κατάλληλες περιοχές αρκεί, προκειμένου να ικανοποιηθούν προδιαγραφές επιδόσεων σαν αυτές που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο.

Τετραγωνικός παλμός(χτυπήματα-διακριτά)

$$\begin{aligned} \rho_\tau(t) &= 1 & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ \rho_\tau(t) &= 0 & t < -\tau/2, \quad t \geq \tau/2 \end{aligned}$$



Μια είσοδος λέγεται επιτρεπτή (admissible control input) αν ικανοποιεί τους φυσικούς ορισμούς της εισόδου του συστήματος στο χρονικό διάστημα  $[t_0, t_1]$ .

Ένα σύστημα ονομάζεται ελέγξιμο αν για κάθε  $x(0)$  υπάρχει  $t_1 > 0$  και  $u(t)$  (είσοδος)  $t \in [0, t_1]$ , τέτοια ώστε  $x(t_1) = 0$  όπου  $x(t)$  η τροχιά του συστήματος.

Ένα σύστημα ονομάζεται παρατηρήσιμο, αν υπάρχει πεπερασμένος χρόνος  $t_1 > t_0$ , τέτοιος ώστε για κάθε αρχική κατάσταση  $x_0 = x(t_0)$  η γνώση της εισόδου  $u(t) \{t_0 < t < t_1\}$  και της εξόδου  $y(t) \{t_0 < t < t_1\}$  επιτρέπουν τον προσδιορισμό της αρχικής κατάστασης  $x_0$ .

Αιτιότητα (causality).

Ένα σύστημα  $y(t) = (F_x)(t)$  λέγεται αιτιατό αν για κάθε χρονική στιγμή  $t_0$ , η έξοδος  $y(t_0)$  του συστήματος τη χρονική στιγμή  $t_0$ , εξαρτάται μόνο από την είσοδο  $x(t_0)$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_0$ .

Ένα σύστημα λέγεται χρονικά αναλλοίωτο αν για κάθε  $t_1$ , η έξοδος στην είσοδο  $x(t-t_1)$  είναι η  $y(t-t_1)$  δηλ. μια χρονική μετατόπιση της εισόδου κατά  $t_1$  σημαίνει και χρονική μετατόπιση της εξόδου κατά  $t_1$ .

Ένα αιτιατό σύστημα έχει μνήμη αν για κάθε  $t_1$  η έξοδος  $y(t_1)$  τη χρονική στιγμή  $t_1$  εξαρτάται από τις τιμές της εισόδου  $x(t)$  για  $t$  μέσα σε ένα διάστημα μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$ :  $t_0 < t < t_1$ .

Γραμμικότητα (linearity)

Ένα σύστημα  $y(t) = (F_x)(t)$  λέγεται

-- προσθετικό αν για κάθε ζεύγος εισόδων  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  είναι

$$(F(x_1+x_2))(t) = (F_x1)(t) + (F_x2)(t)$$

-- ομογενές αν για κάθε  $a \in \mathbb{R}$  είναι  $(F(ax))(t) = a(Fx)(t)$

-- γραμμικό αν είναι προσθετικό και ομογενές.

Ένα σύστημα έχει πεπερασμένη διάσταση ή αν για κάποιους φυσικούς αριθμούς η  $n$ -οστής τάξης παράγωγος  $d^n y(t)/dt^n$  είναι συνάρτηση των παραγώγων

$$d^k y(t) / dt^k \quad k=0,1,\dots,n-1$$

$$d^j x(t) / dt^j \quad j=0,1,\dots,m$$

Ευσταθής ισορροπία είναι η κατάσταση ενός σώματος στην οποία αυτό επανέρχεται κάθε φορά που η θέση του αλλάζει κάτω από εξωτερικά αίτια.

Κάθε  $x=x_0$  που ικανοποιεί τη σχέση

$$x'(t_1)=0 \rightarrow t(x_0)=0 \quad x(t_1)=x_0 \rightarrow x(t>t_1)=x_0$$

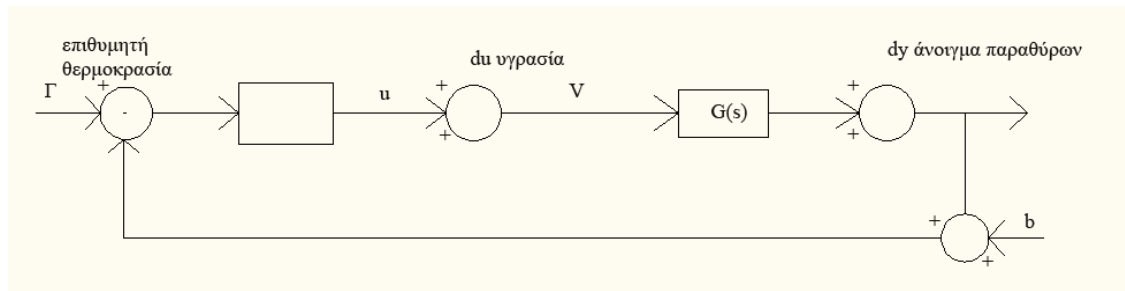
Ονομάζεται κατάσταση ισορροπίας (ο νόμος των μεγάλων αριθμών στην Πιθανότητα).

Η κατάσταση ισορροπίας  $x_0$  λέγεται ασυμπτωτικά ευσταθής αν συγκλίνει (έχει όριο όταν  $t \rightarrow \infty$  το  $x_0$ ) και είναι ευσταθής.

Η ασυμπτωτική ευστάθεια σημαίνει ότι πέραν της ευστάθειας του σημείου ισορροπίας μπορεί να προσδιοριστεί μια περιοχή γύρω απ' αυτό, τέτοια ώστε οποιαδήποτε τροχιά με αρχική κατάσταση  $x_a$ , κοντά στη  $x_0$  τείνει στην κατάσταση ισορροπίας  $x_0$  όταν  $t \rightarrow \infty$ . Εάν η ιδιότητα αυτή ισχύει για οποιαδήποτε αρχική κατάσταση  $x_a$ , τότε η ασυμπτωτική ευστάθεια λέγεται σφαιρική.

Στην περιγραφή αυτή,  $r$  είναι η είσοδος μεταφοράς που πρέπει να ακολουθεί η έξοδος  $y$  του συστήματος,  $n$  είναι το διάνυσμα ελέγχου,  $v$  το διάνυσμα εισόδου του συστήματος,  $du$ ,  $dy$  είναι διαταραχές που επηρεάζουν την είσοδο και την έξοδο του συστήματος αντίστοιχα και  $b$  είναι ο θόρυβος μέτρησης.

Παράδειγμα(1<sup>α</sup>)



Σύστημα κλειστού βρόχου (κλιματιστικού)

**5. (Αρχή ελαχίστου του Pontryagin).**

Οι αναγκαίες συνθήκες υπαρξης ελαχίστου του συναρτησιακού

$$J(x,u)=h(x(t_f).t_f) + \int F(t,x(t),u(t))dt$$

Όπου  $u(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$ , το  $x(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  ικανοποιεί το σύστημα διαφορικών εξισώσεων

$$x(t)=a(t,x(t),u(t)).$$

Και ο έλεγχος  $u^*(t) \in U \leq C[t_0.t_f]$  είναι οι εξής(1)

$$x^*(t) = \frac{\partial H}{\partial p} (t, x^*(t), u^*(t), p^*(t))$$

$$p^*(t) = \frac{\partial H}{\partial x} (t, x^*(t), u^*(t), p^*(t))$$

$$H(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) = \min . H(x^*(t), u(t), p^*(t), t)$$

$$H(x(t),u(t),p(t).t) = F(x(t),u(t).t)+p^T(t)u(x(t),u(t).t)$$

Και επιπλέον να ικανοποιούνται οι οριακές συνθήκες

$$[\frac{\partial h}{\partial x}(x^*(t_1),t_1)-p^*(t_1)]^T \delta x_1 + [H(x^*(t_1),u^*(t_1),p^*(t_1),t_1) + \frac{\partial h}{\partial t}(x^*(t_1),t_1)]\delta t_1 = 0$$

Η παραπάνω αρχή ελαχίστου αναφέρεται και ως αρχή μεγίστου του Pontryagin, επειδή ως συνάρτηση Pontryagin χρησιμοποιείται η

$$H(x(t).u(t).p(t).t) = F(x(t).u(t).t) + p^T(t)a(x(t),u(t).t)$$

Επιπλέον αναγκαίες συνθήκες που έχουν προταθεί από τον

Αν ο τελικός χρόνος  $t_1$  είναι γνωστός και επιπλέον η συνάρτηση Pontryagin  $H$  είναι ανεξάρτητη του  $t$ , τότε η  $H$  θα πρέπει να είναι σταθερή όταν υπολογιστεί για τις βέλτιστες τιμές των  $x^*(t).u^*(t).p^*(t)$ .

$$H(x^*(t),u^*(t).p^*(t)) = c \in \mathbb{R} \quad \in [t_0, t_1]$$

Pontryagin δίνονται παρακάτω:

(Όλοι οι παραπάνω τύποι αναφέρονται σε καλούς μαθητές Γ Λυκείου και φοιτητές Θετικών Επιστημών.)

Αν ο τελικός χρόνος  $t_1$  είναι ελεύθερος ή δεν έχει καθοριστεί και επιπλέον η συνάρτηση Pontryagin  $H$  είναι ανεξάρτητη του  $t$ , τότε η  $H$  θα πρέπει να είναι μηδέν όταν υπολογιστεί για τις βέλτιστες τιμές των  $x^*(t), u^*(t), p^*(t)$ .

$$H(x^*(t), u^*(t), p^*(t)) = 0 \quad \text{για κάθε } t \in [t_0, t_1]$$



**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- [1]30/1/2003,Τεχνολογία στην Αρχαία Ελλάδα, *Ιστορικά της Ελευθεροτυπίας*, τεύχος 170
- [2]N.Karcanias, S.Vasileiadou and Dimitrios Kalligeropoulos, Αύγουστος 2007, Proceedings of the European Control Conference 2007, Kos, Greece, July 2-5 2007
- [3]Dennis S. Bernstein, 2003, Introducing Signals, Systems, and Control in Grades K Through 12, *IEEE Control Systems Magazine*, April 2003
- [4]Molly H.Shor and Floyd B.Hanson,2004,Bringing Control to Students and Teachers, *IEEE Control Systems Magazine*,June 2004
- [5]Κοσμίδου Όλγα,2009, Εύρωστος Έλεγχος Δυναμικών Συστημάτων, Εκδόσεις Γκιούρδα
- [6]Καραμπετάκης Νίκος, 2009, Βέλτιστος Έλεγχος Συστημάτων, Εκδόσεις Ζήτη.
- [7]Jorge Cortes and William B.Dunbar,2007,A High School-Level Course in Feedback Control, *IEEE Control Systems Magazine*,June 2007
- [8] Molly H.Shor and Robby Robson,2000,A student-centered feedback control model of the educational process,30<sup>th</sup> *ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference*, October 18-21, 2000 Kansas City, MO
- [9]Γαβαλά Αλκη, 2008, Μαθηματικά του αφρού, *Βήμα* 25/5/2008
- [10]Σουβατζόγλου Αντώνης, 2008, Υπεράνθρωπη Μηχανή, *Focus*, Τεύχος 99
- [11]Benedetto Piccoli and Jayant Kulkarni,2005,Pumping a Swing by Staning and Squatting, *IEEE Control Systems Magazine*, August 2005
- [12]Πουλιέζος Α.,2003,Βέλτιστος Έλεγχος Μέρος 3,Μάρτιος 2003